1.2
Mamy:
$(\langle 2,5\rangle \subset \langle 2,7\rangle) \bigwedge (\langle 3,7\rangle \subset \langle 2,7\rangle)$
$\Downarrow$
$\langle 2,5\rangle \bigcup \langle 3,7\rangle \subset \langle 2,7\rangle \quad (1)$

Mamy też:
$\langle 2,7\rangle = \langle 2,3\rangle \bigcup \langle 3,5\rangle \bigcup \langle 5,7\rangle \quad (2)$

Oczywiście $\langle 2,3\rangle \subset \langle 2,5\rangle$, jeśli więc x$\in\langle 2,3\rangle$, to także x$\in\langle 2,5\rangle \Rightarrow$ x$\in\langle 2,5\rangle \bigcup \langle 3,7\rangle \quad (3)$

Jest też $\langle 3,5\rangle \subset \langle 3,7\rangle$, jeśli więc x$\in\langle 3,5\rangle$, to także x$\in\langle 3,7\rangle \Rightarrow$ x$\in\langle 2,5\rangle \bigcup \langle 3,7\rangle \quad (4)$

I na koniec jest też $\langle 5,7\rangle \subset \langle 3,7\rangle$, jeśli więc x$\in\langle 5,7\rangle$, to także x$\in\langle 3,7\rangle \Rightarrow$ x$\in\langle 2,5\rangle \bigcup \langle 3,7\rangle \quad (5)$

Z (2), (3), (4), (5) wynika, że jeżeli x$\in\langle 2,7\rangle$, to także x$\in\langle 2,5\rangle \bigcup \langle 3,7\rangle$, czyli

$\langle 2,7\rangle \subset \langle 2,5\rangle \bigcup \langle 3,7\rangle$ (6)

Ponieważ zachodzi (1) i (6), to:

$\langle 2,5\rangle \bigcup \langle 3,7\rangle = \langle 2,7\rangle$

1.3
Przypuśćmy, że istnieje taki niepusty zbiór A, że A={x: x$\in$(1,3) $\bigwedge$ x$\in$(3,5)}, wówczas zachodzi:
$$\begin{cases} 1 < x < & 3 \\ 3 < x < & 5 \end{cases}$$
$\Updownarrow$
1 < x $\bigwedge$ x < 3 $\bigwedge$ x > 3 $\bigwedge$ x < 5
Oczywiście nie istnieje takie x, że równocześnie x < 3 i x > 3, więc zbiór A musi być pusty $\varnothing$.

1.4
Przypuśćmy, że istnieje takie:
x$\in$(A$\setminus$B)$\bigcap$B (1)
Wówczas:
(x$\in$(A$\setminus$B) $\bigwedge$ x$\in$B) $\Leftrightarrow$ (x$\in$A $\bigwedge$ x$\notin$B $\bigwedge$ x$\in$B)
Ponieważ element x nie może jednocześnie należeć do zbioru i do niego nie należeć, więc nie istnieje takie x, że (1).
Zatem (A$\setminus$B)$\bigcap$B jest zbiorem pustym $\varnothing$.

1.5
Wykarzemy, że jeżeli x należy do zbioru po lewej stronie równości, to należy również do zbioru po prawej stronie tej równości i odwrotnie.
Przypuśćmy x$\in$A$\bigcup$(B$\bigcap$C):
x$\in$A$\bigcup$(B$\bigcap$C) $\Leftrightarrow$ x$\in$A $\bigvee$ (x$\in$B$\bigcap$C) $\Leftrightarrow$ x$\in$A $\bigvee$ (x$\in$B $\bigwedge$ x$\in$C) (1)
Przypuśćmy teraz, że x$\notin$(A$\bigcup$B)$\bigcap$(A$\bigcup$C):
x$\notin$(A$\bigcup$B)$\bigcap$(A$\bigcup$C) $\Leftrightarrow$ x$\notin$(A$\bigcup$B) $\bigvee$ x$\notin$(A$\bigcup$C) $\Leftrightarrow$ (x$\notin$A $\bigwedge$ x$\notin$B) $\bigvee$ (x$\notin$A $\bigwedge$ $\notin$C) (2)
Gdyby teraz w (1) x$\in$A, to byłoby to w sprzeczności z warunkami (2) a zatem musi być x$\in$(A$\bigcup$B)$\bigcap$(A$\bigcup$C).
Gdyby natomiast w (1) było (x$\in$B $\bigwedge$ x$\in$C), to również byłoby to w sprzeczności z warunkami (2).
Mamy zatem: x$\in$A$\bigcup$(B$\bigcap$C) $\Rightarrow$ x$\in$(A$\bigcup$B)$\bigcap$(A$\bigcup$C) (3).

Udowodnijmy teraz, że warunek w odwrotną stronę również jest spełniony.

Przypuśćmy x$\in$(A$\bigcup$B)$\bigcap$(A$\bigcup$C):
x$\in$(A$\bigcup$B)$\bigcap$(A$\bigcup$C) $\Leftrightarrow$ (x$\in$A$\bigcup$B) $\bigwedge$ (x$\in$A$\bigcup$C) $\Leftrightarrow$ (x$\in$A $\bigvee$ x$\in$B) $\bigwedge$ (x$\in$A $\bigvee$ x$\in$C) (4)
Jeśli x$\in$A, to także x$\in$A$\bigcup$(B$\bigcap$C). Jeśli x$\notin$A to na podstawie warunku (4) musi zachodzić x$\in$B $\bigwedge$ x$\in$C, czyli x$\in$(B$\bigcap$C).
Mamy zatem: x$\in$(A$\bigcup$B)$\bigcap$(A$\bigcup$C) $\Rightarrow$ x$\in$A$\bigcup$(B$\bigcap$C) (5).

(3) i (5) dają x∈(A⋃B)⋂(A⋃C) ⇔ x∈A⋃(B⋂C) czyli (A⋃B)⋂(A⋃C) = A⋃(B⋂C) c.n.d.

1.6
x∈(A⋃B)⋃C ⇔ x∈(A⋃B) ⋁ x∈C ⇔ (x∈A ⋁ x∈B) ⋁ x∈C ⇔ (łączność alternatywy) x∈A ⋁ (x∈B ⋁ x∈C) ⇔ x∈A ⋁ x∈(B⋃C) ⇔ x∈A⋃(B⋃C), czyli (A⋃B)⋃C=A⋃(B⋃C) c.n.d.

1.7
x∈(A⋂B)⋂C ⇔ x∈(A⋂B) ⋀ x∈C ⇔ (x∈A ⋀ x∈B) ⋀ x∈C ⇔ (łączność koniunkcji) x∈A ⋀ (x∈B ⋀ x∈C) ⇔ x∈A ⋀ x∈(B⋂C) ⇔ x∈A⋂(B⋂C), czyli (A⋂B)⋂C=A⋂(B⋂C) c.n.d.

1.8
Niech zbiór P będzie przestrzenią dla zbiorów A i B.

$$\begin{cases} A' = P - A \\ B' = P - B \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

A'⋂B' = (P-A)⋂(P-B)

x∈(A'⋂B') ⇔ x∈[(P-A)⋂(P-B)] ⇔ x∈(P-A) ⋀ x∈(P-B) ⇔ (x∈P ⋀ x∉A) ⋀ (x∈P ⋀ x∉B) ⇔ x∈P ⋀ x∉A ⋀ x∉B ⇔ x∈P ⋀ [~(x∈A) ⋀ ~(x∈B)] ⇔ (prawo de Morgana) x∈P ⋀ [~(x∈A ⋁ x∈B)] ⇔ x∈P ⋀ [~(x∈A⋃B)] ⇔ x∈P ⋀ x∉A⋃B ⇔ x∈[P-(A⋃B)] ⇔ x∈(A⋃B)', czyli A'⋂B'=(A⋃B)' c.n.d.

1.9
Niech zbiór P będzie przestrzenią dla zbiorów A i B.

$$\begin{cases} A' = P - A \\ B' = P - B \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} A' \bigcup B' = (P - A) \bigcup (P - B) \\ (A \bigcap B)' = P - (A \bigcap B) \end{cases}$$

x∈(A⋂B)' ⇔ x∈[P-(A⋂B)] ⇔ x∈P ⋀ x∉(A⋂B) ⇔ ~[x∉P ⋁ x∈(A⋂B)] ⇔ ~[x∉P ⋁ (x∈A ⋀ x∈B)] ⇔ x∈P ⋀ (x∉A ⋁ x∉B)] ⇔ (x∈P ⋀ x∉A) ⋁ (x∈P ⋀ x∉B) ⇔ x∈A' ⋁ x∈B' ⇔ x∈(A'⋃B'), czyli A'⋃B'=(A⋂B)' c.n.d.

1.10
Oznaczmy literą X przestrzeń wszystkich zbiorów A_γ. Mamy zatem:
$\forall_\gamma A_\gamma \subset X \bigwedge \forall_\gamma A'_\gamma \subset X$ (1)

L=$(\bigcup_{\gamma\in\Gamma} A_\gamma)'$ = X - $(\bigcup_{\gamma\in\Gamma} A_\gamma)$ = X - {x:$\exists_\gamma x \in A_\gamma$}

Zatem:

x∈L ⇔ x∈X ⋀ x∉{x:$\exists_\gamma x \in A_\gamma$} ⇔ x∈X ⋀ x∈{x:~$\exists_\gamma x \in A_\gamma$} ⇔ x∈X ⋀ x∈{x:$\forall_\gamma x \notin A_\gamma$} ⇔

x∈X ⋀ x∈{x:$\forall_\gamma x \in (X - A_\gamma)$} ⇔ x∈X ⋀ x∈{x:$\forall_\gamma x \in A'_\gamma$} ⇔(1)

x∈{x:$\forall_\gamma x \in A'_\gamma$}

$\Updownarrow \bigcap_{\gamma\in\Gamma} A_\gamma = \{x : \forall_\gamma x \in A_\gamma\}$

$x \in \bigcap_{\gamma\in\Gamma} A'_\gamma$ c.n.d.

1.11

Oznaczmy literą X przestrzeń wszystkich zbiorów A_γ. Mamy zatem:

$\forall_\gamma A_\gamma \subset X \bigwedge \forall_\gamma A'_\gamma \subset X$ (1)

L=$(\bigcap_{\gamma\in\Gamma} A_\gamma)' =$ X - $(\bigcap_{\gamma\in\Gamma} A_\gamma) =$ {x: x∈X} - {x:$\forall_\gamma x \in A_\gamma$}

Zatem:

x∈L ⇔ x∈X $\bigwedge$ x∉{x:$\forall_\gamma x \in A_\gamma$} ⇔ x∈X $\bigwedge$ x∈{x:~$\forall_\gamma x \in A_\gamma$} ⇔(1) x∈{x:~$\forall_\gamma x \in A_\gamma$} ⇔

x∈{x:$\exists_\gamma x \notin A_\gamma$} ⇔ x∈{x:$\exists_\gamma x \in (X - A_\gamma)$} ⇔

x∈{x:$\exists_\gamma x \in A'_\gamma$}

⇕$\bigcup_{\gamma\in\Gamma} A_\gamma$= {x:$\exists_\gamma x \in A_\gamma$}

$x \in \bigcup_{\gamma\in\Gamma} A'_\gamma$ ⇔ x∈P   c.n.d.