1.33

$|\frac{1}{4}x-1| < 5$

$\Updownarrow$

$-5 < \frac{1}{4}x - 1 \quad \wedge \quad \frac{1}{4}x - 1 < 5$

$\Updownarrow$

$\frac{1}{4}x > -5 + 1 \quad \wedge \quad \frac{1}{4}x < 5 + 1$

$\frac{1}{4}x > -4 \ /\cdot 4 \quad \wedge \quad \frac{1}{4}x < 6 \ /\cdot 4$

$x > -16 \quad \wedge \quad x < 24$

Czyli rozwiązaniem nierówności jest $x \in (-16;24)$. (W książce podana jest błędna odpowiedź).

1.34

$|3x-5| < |x+9| \qquad (1)$

Zbadajmy znaki wyrażeń pod modułami:

$3x-5 \geqslant 0$	$x+9 \geqslant 0$
$3x \geqslant 5$	$x \geqslant -9$
$x \geqslant \frac{5}{3}$	
$x \geqslant 1\frac{2}{3}$	

$3x-5 < 0$	$x+9 < 0$
$3x < 5$	$x < -9$
$x < \frac{5}{3}$	
$x < 1\frac{2}{3}$	

$\longrightarrow$

$-\infty \qquad -9 \qquad\qquad 0 \quad 1\frac{2}{3} \qquad\qquad \infty$

Dla $x \in (-\infty;-9)$ mamy:

$|3x-5| = -3x + 5$
oraz
$|x+9| = -x - 9$

Czyli nierówność (1) przyjmuje postać:
$-3x + 5 < -x - 9$
$-2x < -14 \quad /:(-2)$
$x > 7$
Znalezione $x > 7$ nie ma części wspólnej z rozważanym przedziałem, więc w tym przedziale nie ma rozwiązania.

Dla $x \in \langle -9;1\frac{2}{3})$ mamy:

$|3x-5| = -3x + 5$
oraz
$|x+9| = x + 9$

Czyli nierówność (1) przyjmuje postać:
$-3x + 5 < x + 9$
$-4x < 4 \quad /:(-4)$
$x > -1$
Uwzględniając rozważany przedział $\langle -9;1\frac{2}{3})$ rozwiązaniem jest $x \in (-1;1\frac{2}{3})$

Dla $x \in \langle 1\frac{2}{3};\infty)$ mamy:

$|3x-5| = 3x - 5$
oraz

$|x+9|$ = x + 9

Czyli nierówność (1) przyjmuje postać:
$3x - 5 < x + 9$
$2x < 14 \quad /:2$
$x < 7$
Uwzględniając rozważany przedział $<1\frac{2}{3};\infty)$ rozwiązaniem jest $x \in <1\frac{2}{3};7)$

Ostatecznie rozwiązaniem nierówności (1) jest $x \in (-1;1\frac{2}{3}) \cup <1\frac{2}{3};7) = (-1;7)$

1.35

$|x+100| > |2x-1| \qquad (1)$

Zbadajmy znaki wyrażeń pod modułami:

$x+100 \geqslant 0$	$2x-1 \geqslant 0$
$x \geqslant -100$	$2x \geqslant 1$
	$x \geqslant \frac{1}{2}$
$x+100 < 0$	$2x-1 < 0$
$x < -100$	$2x < 1$
	$x < \frac{1}{2}$

$\longrightarrow$

$-\infty$ -100 0 $\frac{1}{2}$ ∞

Dla $x \in (-\infty;-100)$ mamy:

$|x+100| = -x - 100$
oraz
$|2x-1| = -2x + 1$

Czyli nierówność (1) przybiera postać:
$-x - 100 > -2x + 1$
$2x - x > 100 + 1$
$x > 101$
Ponieważ znalezionme x nie spełnia warunku $x \in (-\infty;-100)$, więc w rozważanym przedziale nie mamy rozwiązania nierówności (1).

Dla $x \in <-100;\frac{1}{2})$ mamy:

$|x+100| = x + 100$
oraz
$|2x-1| = -2x + 1$

Czyli nierówność (1) przybiera postać:
$x + 100 > -2x + 1$
$2x + x > -100 + 1$
$3x > -99 \; / :3$
$x > -33$
Uwzględniając rozważany przedział, mamy tutaj rozwiązanie: $x \in (-33;\frac{1}{2})$

Dla $x \in <\frac{1}{2};\infty)$ mamy:

$|x+100| = x + 100$
oraz
$|2x-1| = 2x - 1$

Czyli nierówność (1) przybiera postać:

x + 100 > 2x - 1
x - 2x > -100 - 1
-x > -101 / : (-1)
x < 101
Uwzględniając rozważany przedział mamy tu rozwiązanie: $x \in < \frac{1}{2}; 101)$

Ostatecznie nierówność (1) ma następujące rozwiązanie: $x \in (-33; \frac{1}{2}) \cup < \frac{1}{2}; 101) = (-33;101)$

1.36

$|x-1| + |2x-5| < 9 \qquad (1)$

Zbadajmy znaki wyrażeń pod modułami:

x - 1 $\geqslant$ 0   2x - 5 $\geqslant$ 0
x $\geqslant$ 1   2x $\geqslant$ 5
x $\geqslant \frac{5}{2}$

x - 1 < 0   2x - 5 < 0
x < 1   2x < 5
x < $\frac{5}{2}$

$\longrightarrow$
$-\infty \qquad 1 \quad \frac{5}{2} \quad \infty$

Dla $x \in (-\infty;1)$ mamy:

$|x-1|$ = -x + 1
oraz
$|2x-5|$ = -2x + 5

Czyli nierówność (1) przyjmuje postać:
-x + 1 - 2x + 5 < 9
-3x < 9 - 5 - 1
-3x < 3 / :(-3)
x > -1
Uwzględniając rozważany przedział mamy tu rozwiązanie: $x \in (-1;1)$

Dla $x \in < 1; \frac{5}{2})$ mamy:

$|x-1|$ = x - 1
oraz
$|2x-5|$ = -2x + 5

Czyli nierówność (1) przyjmuje postać:
x - 1 - 2x + 5 < 9
-x < 9 - 5 + 1
-x < 5 / :(-1)
x > -5
Uwzględniając rozważany przedział mamy tu rozwiązanie: $x \in < 1; \frac{5}{2})$

Dla $x \in < \frac{5}{2}; \infty)$ mamy:

$|x-1|$ = x - 1
oraz
$|2x-5|$ = 2x - 5

Czyli nierówność (1) przyjmuje postać:
x - 1 + 2x - 5 < 9
3x < 9 + 5 + 1

3x $<$ 15 / :3
x $<$ 5
Uwzględniając rozważany przedział mamy tu rozwiązanie: x$\in<\frac{5}{2}$;5)

Ostatecznie nierówność (1) ma następujące rozwiązanie: x$\in$(-1;1) $\cup$ $<$1;$\frac{5}{2}$) $\cup$ $<\frac{5}{2}$;5) = (-1;5)

1.37

$\left|\frac{2x-1}{x+2}\right| < 2$ (1)

Nierówność jest określona dla: x + 2 $\neq$ 0 $\Leftrightarrow$ x $\neq$ -2

Mamy: (1) $\Leftrightarrow$ -2 $< \frac{2x-1}{x+2} <$ 2

$\Updownarrow$

-2 $< \frac{2x-1}{x+2}$ $\wedge$ $\frac{2x-1}{x+2} <$ 2

0 $< \frac{2x-1}{x+2}$ + 2 $\wedge$ $\frac{2x-1}{x+2}$ - 2 $<$ 0

$\frac{2x-1}{x+2} + \frac{2(x+2)}{x+2} > 0$ $\wedge$ $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{2(x+2)}{x+2} < 0$

$\frac{2x-1+2x+4}{x+2} > 0$ $\wedge$ $\frac{2x-1-2x-4}{x+2} < 0$

$\frac{4x+3}{x+2} > 0$ / :4 $\wedge$ $\frac{-5}{x+2} < 0$ / :(-5)

$\frac{x+\frac{3}{4}}{x+2} > 0$ (2) $\wedge$ $\frac{1}{x+2} > 0$ (3)

Weźmy pod uwagę nierówność (2). Oznaczmy lewą stronę tej nierówności symbolem L(x). Znak L(x) zależy od znaku dwóch wyrażeń liniowych: x + $\frac{3}{4}$ i x + 2. Znak L(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku L(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: -$\frac{3}{4}$ oraz -2. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że L(x) jest tu nieokreslone.

x	$-\infty$	...	-2	...	-$\frac{3}{4}$	...	∞
x + $\frac{3}{4}$	-	-	-	-	0	+	+
x+2	-	-	0	+	+	+	+
L(x)	+	+	|	-	0	+	+

Z powyższej tabelki odczytujemy rozwiązanie nierówności (2): x$\in$(-∞; -2) $\cup$ (-$\frac{3}{4}$;∞) (4)

Weźmy teraz pod uwagę nierówność (3):

$\frac{1}{x+2} > 0 \Leftrightarrow$ x + 2 $>$ 0 $\Leftrightarrow$ x $>$ -2 (5)

Biorąc pod uwagę znalezione rozwiązania (4) i (5), rozwiązaniem nierówności (1) jest część wspólna (4) i (5) oraz x $\neq$ 2, czyli:

x$\in$[(-∞; -2) $\cup$ (-$\frac{3}{4}$;∞)] $\cap$ (-2;∞) $\Leftrightarrow$ x$\in$(-$\frac{3}{4}$;∞)

1.38

$\left|\frac{5x-3}{2x+7}\right| < 2$ (1)

Nierówność ta jest określona dla:

2x + 7 $\neq$ 0
2x $\neq$ -7
x $\neq$ -$\frac{7}{2}$

x $\neq$ -3$\frac{1}{2}$ (2)

(1)

$\Updownarrow$

-2 $<$ $\frac{5x-3}{2x+7}$ $<$ 2

$\frac{5x-3}{2x+7}$ $>$ -2 $\wedge$ $\frac{5x-3}{2x+7}$ $<$ 2

$\frac{5x-3}{2x+7}$ + 2 $>$ 0 $\wedge$ $\frac{5x-3}{2x+7}$ -2 $<$ 0

$\frac{5x-3}{2x+7}$ + $\frac{2(2x+7)}{2x+7}$ $>$ 0 $\wedge$ $\frac{5x-3}{2x+7}$ - $\frac{2(2x+7)}{2x+7}$ $<$ 0

$\frac{5x-3+4x+14}{2x+7}$ $>$ 0 $\wedge$ $\frac{5x-3-4x-14}{2x+7}$ $<$ 0

$\frac{9x+11}{2x+7}$ $>$ 0 $\wedge$ $\frac{x-17}{2x+7}$ $<$ 0

$\frac{9(x+\frac{11}{9})}{2(x+\frac{7}{2})}$ $>$ 0 / $\cdot\frac{2}{9}$ $\wedge$ $\frac{x-17}{2(x+\frac{7}{2})}$ $<$ 0 / $\cdot$2

$\frac{x+\frac{11}{9}}{x+\frac{7}{2}}$ $>$ 0 (3) $\wedge$ $\frac{x-17}{x+\frac{7}{2}}$ $<$ 0 (4)

Weźmy teraz pod uwagę nierówność (3). Oznaczmy lewą stronę tej nierówności symbolem L(x). Znak L(x) zależy od znaku dwóch wyrażeń liniowych: x + $\frac{11}{9}$ oraz x + $\frac{7}{2}$. Znak L(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku L(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: -$\frac{11}{9}$=-1$\frac{2}{9}$ oraz -$\frac{7}{2}$=-3$\frac{1}{2}$. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że L(x) jest tu nieokreślone:

x	$-\infty$	...	-$\frac{7}{2}$	...	-$\frac{11}{9}$	...	∞
x + $\frac{11}{9}$	-	-	-	-	0	+	+
x + $\frac{7}{2}$	-	-	0	+	+	+	+
L(x)	+	+	|	-	0	+	+

Z powyższej tabelki odczytujemy rozwiązanie nierówności (3):
x$\in$($-\infty$;-$\frac{7}{2}$) $\cup$ (-$\frac{11}{9}$;∞) (5)

Weźmy teraz pod uwagę nierówność (4). Oznaczmy lewą stronę tej nierówności symbolem P(x). Znak P(x) zależy od znaku dwóch wyrażeń liniowych: x - 17 oraz x + $\frac{7}{2}$. Znak P(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku P(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: 17 oraz -$\frac{7}{2}$=-3$\frac{1}{2}$. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że P(x) jest tu nieokreślone:

x	$-\infty$	...	-$\frac{7}{2}$	...	17	...	∞
x - 17	-	-	-	-	0	+	+
x + $\frac{7}{2}$	-	-	0	+	+	+	+
P(x)	+	+	|	-	0	+	+

Z powyższej tabelki odczytujemy rozwiązanie nierówności (4):
x$\in$(-$\frac{7}{2}$;17) (6)

Ostatecznie rozwiązaniem nierówności (1) jest iloczyn rozwiązań (5) i (6) przy uwzględnieniu warunku (2):
x$\in$[($-\infty$;-$\frac{7}{2}$) $\cup$ (-$\frac{11}{9}$;∞)] $\cap$ (-$\frac{7}{2}$;17) $\wedge$ x $\neq\frac{7}{2}$

$\Updownarrow$

x$\in$(-$\frac{11}{9}$;17)

1.39

$\left|\frac{2x-5}{x+3}\right|$ $>$ 1 (1)

Powyższa nierówność określona jest dla:

x + 3 $\neq$ 0

x $\neq$ -3 (2)

(1)

$\Updownarrow$

$\frac{2x-5}{x+3}$ < -1 $\vee$ $\frac{2x-5}{x+3}$ > 1

$\frac{2x-5}{x+3}$ + 1 < 0 $\vee$ $\frac{2x-5}{x+3}$ - 1 > 0

$\frac{2x-5+(x+3)}{x+3}$ < 0 $\vee$ $\frac{2x-5-(x+3)}{x+3}$ > 0

$\frac{3x-2}{x+3}$ < 0 $\vee$ $\frac{x-8}{x+3}$ > 0

$\frac{3(x-\frac{2}{3})}{x+3}$ < 0 /:3 $\vee$ $\frac{x-8}{x+3}$ > 0

$\frac{x-\frac{2}{3}}{x+3}$ < 0 (3) $\vee$ $\frac{x-8}{x+3}$ > 0 (4)

Weźmy pod uwagę nierówność (3). Oznaczmy lewą stronę tej nierówności symbolem L(x). Znak L(x) zależy od znaku dwóch wyrażeń liniowych: x - $\frac{2}{3}$ oraz x + 3. Znak L(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku L(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: $\frac{2}{3}$ oraz -3. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że L(x) jest tu nieokreślone:

x	$-\infty$	...	-3	...	$\frac{2}{3}$	...	∞
x - $\frac{2}{3}$	-	-	-	-	0	+	+
x + 3	-	-	0	+	+	+	+
L(x)	+	+	|	-	0	+	+

Z tabelki odczytujemy rozwiązanie nierówności (3):
x$\in$(-3;$\frac{2}{3}$) (5)

Weźmy teraz pod uwagę nierówność (4). Oznaczmy lewą stronę tej nierówności symbolem P(x). Znak P(x) zależy od znaku dwóch wyrażeń liniowych: x - 8 oraz x + 3. Znak P(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku P(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: 8 oraz -3. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że P(x) jest tu nieokreślone:

x	$-\infty$	...	-3	...	8	...	∞
x - 8	-	-	-	-	0	+	+
x + 3	-	-	0	+	+	+	+
P(x)	+	+	|	-	0	+	+

Z powyższej tabelki odczytujemy rozwiązanie nierówności (4):
x$\in$($-\infty$;-3) $\cup$ (8;∞) (6)

Ostatecznie rozwiązaniem nierówności (1) jest suma rozwiązań (5) i (6) przy uwzględnieniu warunku (2):
x$\in$(-3;$\frac{2}{3}$)$\cup$ ($-\infty$;-3) $\cup$ (8;∞)
x$\in$($-\infty$;-3) $\cup$ (-3;$\frac{2}{3}$) $\cup$ (8;∞)

1.40

$\sqrt{\frac{3x-1}{2-x}} > 1$

Powyższa nierówność jest określona dla:

2 - x $\neq$ 0 $\wedge$ $\frac{3x-1}{2-x} \geq 0$
x $\neq$ 2 (2) $\wedge$ -$\frac{3x-1}{x-2} \geq 0$ /$\cdot$(-1)
$\frac{3x-1}{x-2} \leq 0$ / :3

$\frac{x-\frac{1}{3}}{x-2} \leq 0 \quad (3)$

Weźmy pod uwagę nierówność (3). Oznaczmy lewą stronę tej nierówności symbolem L(x). Znak L(x) zależy od znaku dwóch wyrażeń liniowych: x - $\frac{1}{3}$ oraz x - 2. Znak L(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku L(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: $\frac{1}{3}$ oraz 2. Znak w | ostatnim wierszu oznacza, że L(x) jest tu nieokreślone.

x	$-\infty$	...	$\frac{1}{3}$	...	2	...	∞
x - $\frac{1}{3}$	-	-	0	+	+	+	+
x - 2	-	-	-	-	0	+	+
L(x)	+	+	0	-	|	+	+

Z tabelki tej odczytujemy rozwiązanie nierówności (3): x∈<$\frac{1}{3}$;2)

Uwzględniając warunki (2) i (3) otrzymujemy następującą dziedzinę nierówności (1):
x∈<$\frac{1}{3}$;2)

Rozważmy teraz nierówność (1):

(1)

$\Updownarrow$

$\frac{3x-1}{2-x} > 1$

$\frac{3x-1}{2-x}$ - 1 > 0

$\frac{3x-1-(2-x)}{2-x} > 0$

$\frac{3x-1-2+x}{2-x} > 0$

$\frac{4x-3}{2-x} > 0$ /·(-1)

$\frac{4x-3}{x-2} < 0$ / : 4

$\frac{x-\frac{3}{4}}{x-2} < 0 \qquad (5)$

Oznaczmy lewą stronę tej nierówności symbolem P(x). Znak P(x) zależy od znaku dwóch wyrażeń liniowych: x - $\frac{3}{4}$ oraz x - 2. Znak P(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku P(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: $\frac{3}{4}$ oraz 2. Znak w | ostatnim wierszu oznacza, że P(x) jest tu nieokreślone.

x	$-\infty$	...	$\frac{3}{4}$	...	2	...	∞
x - $\frac{3}{4}$	-	-	0	+	+	+	+
x - 2	-	-	-	-	0	+	+
P(x)	+	+	0	-	|	+	+

Z tabelki tej odczytujemy rozwiązanie nierówności (5):

x ∈($\frac{3}{4}$;2)

Ostatecznie uwzględniając dziedzinę nierówności (1): <$\frac{1}{3}$;2) otrzymujemy rozwiązanie nierówności (1):

x ∈($\frac{3}{4}$;2) ∩ <$\frac{1}{3}$;2)

$\Updownarrow$

x ∈($\frac{3}{4}$;2)