1.47

$\frac{x+3}{x-3} > \frac{x-1}{x+5}$ (1)

Powyższa nierówność jest określona dla:

x - 3 $\neq$ 0 $\wedge$ x + 5 $\neq$ 0

x $\neq$ 3 $\wedge$ x $\neq$ -5

(1)

$\Updownarrow$

$\frac{x+3}{x-3}$ - $\frac{x-1}{x+5} > 0$

$\frac{(x+3)(x+5)-(x-1)(x-3)}{(x-3)(x+5)} > 0$

$\frac{x^2+5x+3x+15-(x^2-3x-x+3)}{(x-3)(x+5)} > 0$

$\frac{x^2-x^2+8x+3x+x+15-3}{(x-3)(x+5)} > 0$

$\frac{12x+12}{(x-3)(x+5)} > 0 \quad / :12$

$\frac{x+1}{(x-3)(x+5)} > 0$

Oznaczmy L(x) = x + 1 i M(x) = (x - 3)(x + 5). Mamy L(x) = 0 dla x = -1 oraz M(x) = 0 dla x_1= -5, x_2= 3, $\triangle_M > 0$.

Zatem nierówność $\frac{L(x)}{M(x)} > 0$ jest spełniona dla:

L(x) > 0 $\wedge$ M(x) > 0 (2)

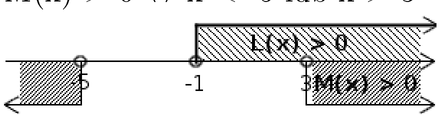
oraz dla

L(x) < 0 $\wedge$ M(x) < 0 (3)

Rozważmy warunek (2):

L(x) > 0 $\Leftrightarrow$ x > -1

M(x) > 0 $\Leftrightarrow$ x < -5 lub x > 3

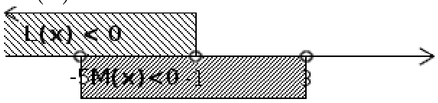


Z powyższego rysunku odczytujemy, że L(x) > 0 $\wedge$ M(x) > 0 $\Leftrightarrow$ x > 3 (4)

Rozważmy teraz warunek (3):

L(x) < 0 $\Leftrightarrow$ x < -1

M(x) < 0 ⇔ -5 < x < 3



Z powyższego rysunku odczytujemy, że L(x) < 0 ∧ M(x) < 0 ⇔ -5 < x < -1 (5)

Rozwiązaniem nierówności jest suma rozwiązań (4) i (5), czyli:

x ∈(-5;-1) ∪ (3;∞)

1.48

$\frac{1-2x}{1+x}$ - $\frac{1+x}{1+2x}$ > 1 (1)

Nierówność (1) jest określona dla:

1 + x ≠ 0 ∧ 1 + 2x ≠ 0

x ≠ -1 ∧ 2x ≠ -1

x ≠ -$\frac{1}{2}$

(1)

⇕

$\frac{(1-2x)(1+2x)-(1+x)(1+x)}{(1+x)(1+2x)}$ - 1 > 0

$\frac{1-4x^2-(1+2x+x^2)}{2(x+1)(x+\frac{1}{2})}$ - 1 > 0 $/\cdot 2$

$\frac{1-4x^2-1-2x-x^2}{(x+1)(x+\frac{1}{2})}$ - $\frac{2(x+1)(x+\frac{1}{2})}{(x+1)(x+\frac{1}{2})}$ > 0

$\frac{-5x^2-2x-2(x^2+\frac{1}{2}x+x+\frac{1}{2})}{(x+1)(x+\frac{1}{2})}$ > 0

$\frac{-5x^2-2x-2x^2-x-2x-1}{(x+1)(x+\frac{1}{2})}$ > 0

$\frac{-7x^2-5x-1}{(x+1)(x+\frac{1}{2})}$ > 0 $/\cdot$(-1)

$\frac{7x^2+5x+1}{(x+1)(x+\frac{1}{2})}$ < 0 (2)

Oznaczmy L(x) = 7x^2 + 5x + 1 oraz M(x) = (x + 1)(x + $\frac{1}{2}$).

Nierówność (2) jest spełniona gdy:

L(x) > 0 ∧ M(x) < 0 (3)

lub gdy:

L(x) < 0 ∧ M(x) > 0 (4)

Rozważmy trójmian kwadratowy L(x):

$\triangle_L$ = 5^2 - 4·7·1 = 25 - 28 = -3

Ponieważ $\triangle_L < 0 \wedge a_L = 7 > 0$, więc L(x) jest zawsze wieksze od 0.

Zatem warunek (4) nigdy nie jest spełniony.

Pozostaje rozważyć warunek (3). W tym przypadku musi być spełnione M(x) < 0. Ponieważ M(x) ma dwa miejsca zerowe x_1 = -1 i x_2 = $-\frac{1}{2}$, więc $\triangle_M > 0$. Uwzględniając dodatkowo, że $(a_M = 1) > 0$ mamy rozwiązanie nierówności M(x) < 0:

$x \in (-1; -\frac{1}{2})$

Jest to też jedyne rozwiązanie nierówności (1).

1.49

$\frac{x^2-4}{x^2-5x} < 0$ (1)

Nierówność ta jest określona dla:

$x^2 - 5x \neq 0$

$x(x - 5) \neq 0$

$x \neq 0 \quad \wedge \quad x \neq 5$

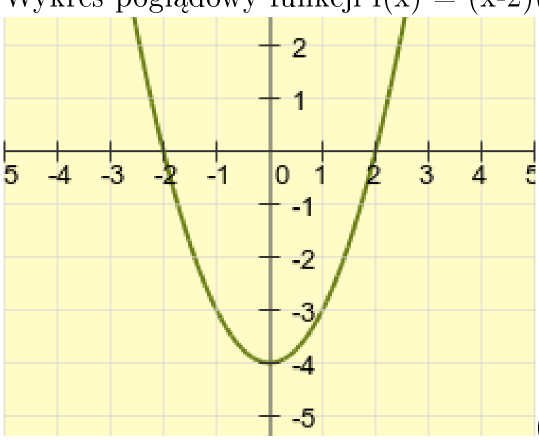
(1)

$\Updownarrow$

$\frac{x^2-2^2}{x(x-5)} < 0$

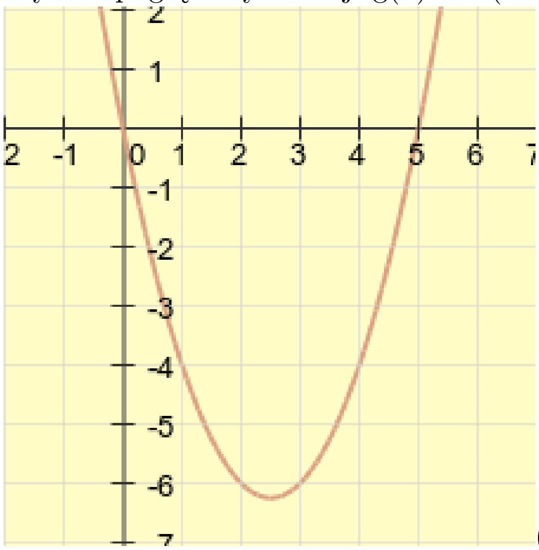
$\frac{(x-2)(x+2)}{x(x-5)} < 0$ (2)

Wykres poglądowy funkcji f(x) = (x-2)(x+2):



(3)

Wykres poglądowy funkcji $g(x) = x(x-5)$:



(4)

Nierówność (2) jest spełniona gdy:

$(x - 2)(x + 2) > 0 \quad \wedge \quad x(x - 5) < 0 \qquad (5)$

lub gdy

$(x - 2)(x + 2) < 0 \quad \wedge \quad x(x - 5) > 0 \qquad (6)$

Rozważmy warunek (5)

$(x - 2)(x + 2) > 0 \quad \wedge \quad x(x - 5) < 0$

$\Updownarrow$ (3) i (4)

$(x < -2 \quad \vee \quad x > 2) \quad \wedge \quad (0 < x < 5)$

$\Updownarrow$ $x \neq 0 \wedge x \neq 5$

$x \in (2;5) \qquad (7)$

Rozważmy teraz warunek (6)

$(x - 2)(x + 2) < 0 \quad \wedge \quad x(x - 5) > 0$

$\Updownarrow$ (3) i (4) i $x \neq 0 \wedge x \neq 5$

$(x \in (-2;0) \cup (0;2)) \quad \wedge \quad (x \in (-\infty;0) \cup (5;\infty))$

$\Updownarrow$

$x \in (-2;0) \qquad (8)$

Ostatecznie rozwiązaniem nierówności (1) jest suma przedziałów (7) i (8), czyli: $x \in (-2;0) \cup (2;5)$

1.50

$\frac{13}{x-3}$ - $\frac{3}{x+1}$ < -4 (1)

Nierówność (1) jest określona dla:

x - 3 $\neq$ 0 $\wedge$ x + 1 $\neq$ 0

x $\neq$ 3 $\wedge$ x $\neq$ -1 (2)

(1)

$\Updownarrow$

$\frac{13(x+1)}{(x-3)(x+1)}$ - $\frac{3(x-3)}{(x-3)(x+1)}$ + 4 < 0

$\frac{13(x+1)-3(x-3)}{(x-3)(x+1)} + \frac{4(x-3)(x+1)}{(x-3)(x+1)} < 0$

$\frac{13(x+1)-3(x-3)+4(x^2+x-3x-3)}{(x-3)(x+1)} < 0$

$\frac{13x+13-3x+9+4x^2+4x-12x-12}{(x-3)(x+1)} < 0$

$\frac{4x^2+2x+10}{(x-3)(x+1)} < 0$ $/ : 2$

$\frac{2x^2+x+5}{(x-3)(x+1)} < 0$ (3)

Znajdźmy miejsca zerowe licznika ułamka po lewej stronie nierówności (3):

2x^2 + x + 5 = 0

$\triangle$ = 1^2 - 4 $\cdot$ 2 $\cdot$ 5 = 1 - 40 = -39

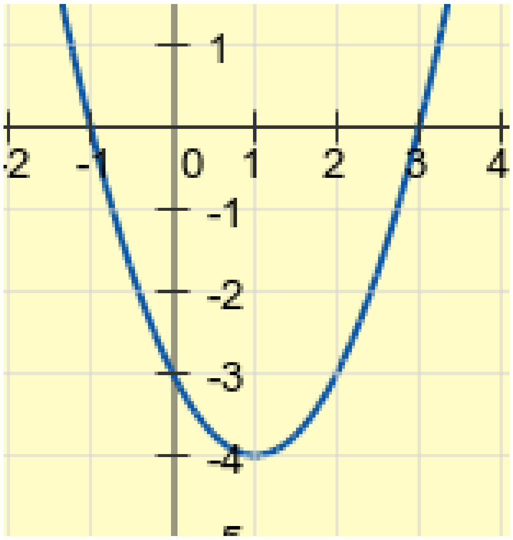
Ponieważ wyróżnik tego trójmianu kwadatowego jest ujemny, więc nie ma on miejsc zerowych.

A ponieważ współczynnik a = 2 jest dodatni, więc trójmian ten zawsze ma wartość większą od 0.

Zatem nireówność (3) jest spełniona, gdy:

(x-3)(x+1) < 0

Poniżej przedstawiono wykres poglądowy funkcji y = (x-3)(x+1):



Z powyższego rysunku odczytujemy, że nierówność (3) jest więc spełniona dla:

x $\in$(-1;3)

Jest to też rozwiązanie nierówności (1).

1.51

$\frac{x^2-4}{x^2-5x+4} > 0$ (1)

Nierówność (1) jest określona dla:

$x^2 - 5x + 4 \neq 0$

Znajdźmy miejsca zerowe trójmianu po lewej stronie:

$\triangle = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$

$x_1 = \frac{-(-5)-\sqrt{9}}{2\cdot 1}$ $x_2 = \frac{-(-5)+\sqrt{9}}{2\cdot 1}$

$x_1 = \frac{5-3}{2}$ $x_2 = \frac{5+3}{2}$

$x_1 = 1$ $x_2 = 4$

Zatem nierówność (1) jest określona dla:

$x \neq 1 \wedge x \neq 4$ (2)

(1)

$\Updownarrow$

$\frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-4)} > 0$ (3)

Oznaczmy lewą stronę nierówności (3) symbolem L(x). Znak L(x) zależy od znaku czterech wyrażeń liniowych: x - 2, x + 2, x - 1 oraz x - 4. Znak L(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku L(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: 2, -2, 1, 4. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że L(x) jest tu nieokreślone.

x	$-\infty$	...	-2	...	1	...	2	...	4	...	∞
x - 2	-	-	-	-	-	-	0	+	+	+	+
x + 2	-	-	0	+	+	+	+	+	+	+	+
x - 1	-	-	-	-	0	+	+	+	+	+	+
x - 4	-	-	-	-	-	-	-	-	0	+	+
L(x)	+	+	0	-	|	+	0	-	|	+	+

Z powyższej tabeli odczytujemy rozwiązanie: L(x) > 0 $\Leftrightarrow$ **x**$\in(-\infty;-2) \bigcup (1;2) \bigcup (4;\infty)$.

Jest to też rozwiązanie nierówności (1).

1.52

$\frac{x^2-2x}{x^2-1} < 0$ (1)

Nierówność (1) jest określona dla:

$x^2 - 1 \neq 0$

$(x - 1)(x + 1) \neq 0$

$x \neq 1 \quad \wedge \quad x \neq -1$ (2)

(1)

$\Updownarrow$

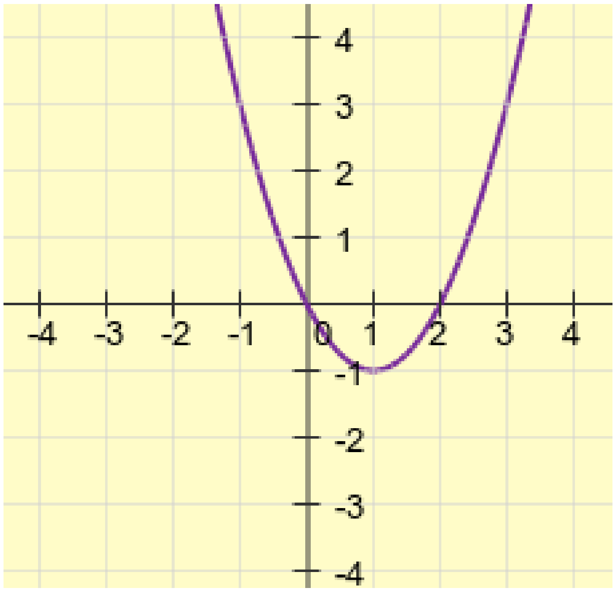
$\frac{x(x-2)}{(x-1)(x+1)} < 0$ (3)

Oznaczmy:

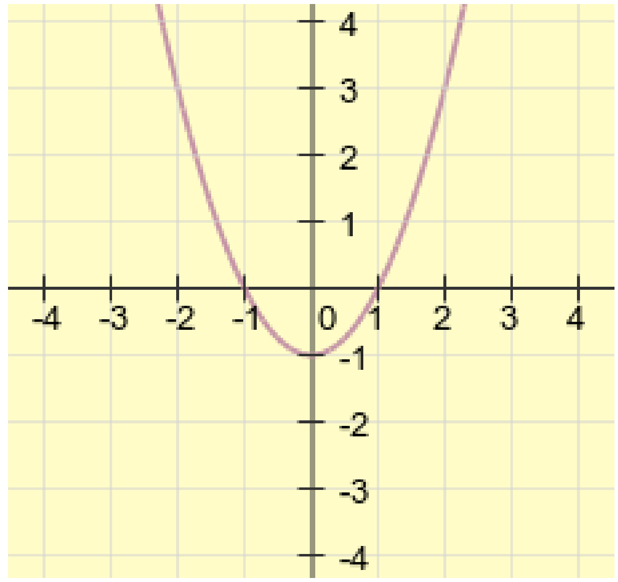
L(x) = x(x-2)

M(x) = (x-1)(x+1)

Wykresy poglądowe dla L(x) i M(x):



L(x)



M(x)

Nierówność (3) a zatem i (1) jest spełniona dla:

L(x) > 0 $\wedge$ M(x) < 0 (4)

lub dla:

L(x) < 0 $\wedge$ M(x) > 0 (5)

Rozważmy warunek (4):

L(x) > 0 $\Leftrightarrow$(2) x$\in$(-∞;-1) $\bigcup$ (-1;0) $\bigcup$ (2;∞) $\wedge$ M(x) < 0 $\Leftrightarrow$ x$\in$(-1;1)

$\Updownarrow$

x$\in$(-1;0) (6)

Rozważmy teraz warunek (5):

L(x) < 0 $\Leftrightarrow$(2) x$\in$(0;1) $\bigcup$ (1;2) $\wedge$ M(x) > 0 $\Leftrightarrow$ x$\in$(-∞;-1) $\bigcup$ (1;∞)

$\Updownarrow$

x$\in$(1;2) (7)

Zatem rozwiązaniem nierówności (1) jest suma rozwiązań (6) i (7), czyli:

x$\in$(-1;0) $\bigcup$ (1;2)

1.53

$1 < \frac{2x^2-7x-29}{x^2-2x-15} < 2$ (1)

Nierówność ta jest określona dla:

$x^2 - 2x - 15 \neq 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64$

$x_1 = \frac{-(-2)-\sqrt{64}}{2\cdot 1}$ $x_2 = \frac{-(-2)+\sqrt{64}}{2\cdot 1}$

$x_1 = \frac{2-8}{2}$ $x_2 = \frac{2+8}{2}$

$x_1 = -3$ $x_2 = 5$

Zatem nierówność (1) jest określona dla:

$x \neq -3 \quad \wedge \quad x \neq 5$

(1)

$\Updownarrow$

$1 < \frac{2x^2-7x-29}{x^2-2x-15}$ (3) $\wedge$ $\frac{2x^2-7x-29}{x^2-2x-15} < 2$ (4)

Znajdźmy teraz rozwiązanie nierówności (3):

(3)

$\Updownarrow$

$\frac{2x^2-7x-29}{x^2-2x-15} - 1 > 0$

$\frac{2x^2-7x-29-(x^2-2x-15)}{x^2-2x-15} > 0$

$\frac{x^2-5x-14}{x^2-2x-15} > 0$ (5)

Znajdźmy teraz miejsca zerowe trójmianu $x^2 - 5x - 14$:

$x^2 - 5x - 14 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 25 + 56 = 81$

$x_1 = \frac{-(-5)-\sqrt{81}}{2\cdot 1}$ $x_2 = \frac{-(-5)+\sqrt{81}}{2\cdot 1}$

$x_1 = \frac{5-9}{2}$ $x_2 = \frac{5+9}{2}$

$x_1 = -2$ $x_2 = 7$

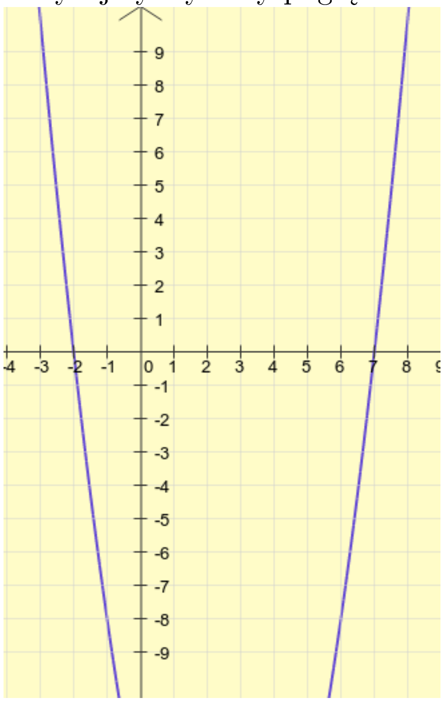
Nierówność (5) jest spełniona dla:

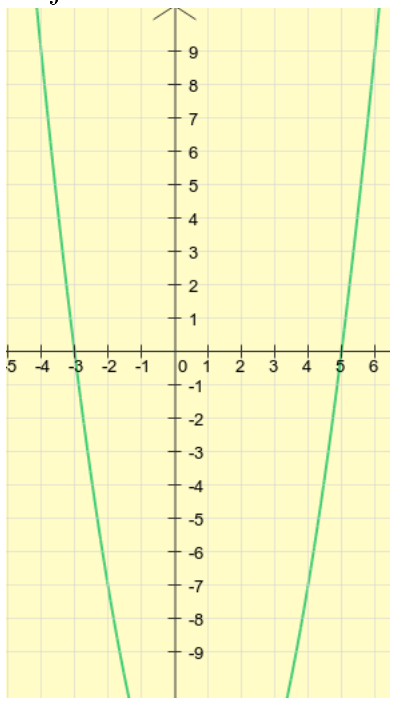
$x^2 - 5x - 14 > 0 \quad \wedge \quad x^2 - 2x - 15 > 0$ (6)

lub dla:

$x^2 - 5x - 14 < 0 \quad \wedge \quad x^2 - 2x - 15 < 0$ (7)

Narysujmy wykresy poglądowe obu trójmianów:





$y = x^2 - 5x - 14$ $\qquad\qquad$ $y = x^2 - 2x - 15$

Z rysunków odczytujemy, że warunek (6) jest spełniony dla:

$$x \in (-\infty;-2) \cup (7;\infty) \qquad \wedge \qquad x \in (-\infty;-3) \cup (5;\infty)$$

$$\Updownarrow$$

$$x \in (-\infty;-3) \cup (7;\infty)$$

Natomiast warunek (7) jest spełniony dla:

$$x \in (-2;7) \qquad \wedge \qquad x \in (-3;5)$$

$$\Updownarrow$$

$$x \in (-2;5)$$

Czyli rozwiązaniem nierówności (5) jest:

$$x \in (-\infty;-3) \cup (7;\infty) \cup (-2;5)$$

$$\Updownarrow$$

$$x \in (-\infty;-3) \cup (-2;5) \cup (7;\infty) \qquad (8)$$

Jest to również rozwiązanie nierówności (3).

Znajdźmy teraz rozwiązanie nierówności(4).

(4)

$\Updownarrow$

$\frac{2x^2-7x-29}{x^2-2x-15}$ - 2 $<$ 0

$\frac{2x^2-7x-29-2(x^2-2x-15)}{x^2-2x-15} < 0$

$\frac{-3x+1}{x^2-2x-15} < 0$ / :(-3)

$\frac{x-\frac{1}{3}}{x^2-2x-15} > 0$

Nierówność ta jest spełniona dla:

$x - \frac{1}{3} > 0 \quad \wedge \quad x^2 - 2x - 15 > 0 \quad (9)$

lub dla:

$x - \frac{1}{3} < 0 \quad \wedge \quad x^2 - 2x - 15 < 0 \quad (10)$

(9)

$\Updownarrow$

x $>$ $\frac{1}{3}$ $\wedge$ x$\in$(-∞;-3) $\bigcup$ (5;∞)

$\Updownarrow$

x$\in$(5;∞)

(10)

$\Updownarrow$

x $<$ $\frac{1}{3}$ $\wedge$ x$\in$(-3;5)

$\Updownarrow$

x$\in$(-3;$\frac{1}{3}$)

Zatem rozwiązaniem nierówności (4) jest:

x$\in$(-3;$\frac{1}{3}$) $\bigcup$ (5;∞)

Ostatecznie rozwiązaniem nierówności (1) jest iloczyn rozwiązań (3) i (4), czyli:

x$\in$(-∞;-3) $\bigcup$ (-2;5) $\bigcup$ (7;∞) $\wedge$ x$\in$(-3;$\frac{1}{3}$) $\bigcup$ (5;∞)

$\Updownarrow$

x$\in$(-2;$\frac{1}{3}$) $\bigcup$ (7;∞)

1.54

$\left|\frac{x^2-5x+3}{x^2-1}\right| < 1 \qquad (1)$

Nierówność ta jest określona dla:

$x^2 - 1 \neq 0$

$(x-1)(x+1) \neq 0$

x $\neq$ 1 $\quad \wedge \quad$ x $\neq$ -1 $\qquad$ (2)

(1)

$\Updownarrow$

-1 $< \frac{x^2-5x+3}{x^2-1} < 1$

$\frac{x^2-5x+3}{x^2-1} >$ -1 $\qquad \wedge \qquad \frac{x^2-5x+3}{x^2-1} < 1$

$\frac{x^2-5x+3}{x^2-1} + 1 > 0 \qquad \wedge \qquad \frac{x^2-5x+3}{x^2-1}$ - 1 < 0

$\frac{x^2-5x+3+x^2-1}{x^2-1} > 0 \qquad \wedge \qquad \frac{x^2-5x+3-(x^2-1)}{x^2-1} < 0$

$\frac{2x^2-5x+2}{x^2-1} > 0 \quad (3) \qquad \wedge \qquad \frac{-5x+4}{x^2-1} < 0 \quad /$:(-5)

$\frac{x-\frac{4}{5}}{x^2-1} > 0 \quad (4)$

Rozważmy nierówność (3). Znajdźmy miejsca zerowe trójmianu z licznika ułamka:

$2x^2 - 5x + 2 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9$

$x_1 = \frac{-(-5)-\sqrt{9}}{2 \cdot 2} \qquad x_2 = \frac{-(-5)+\sqrt{9}}{2 \cdot 2}$

$x_1 = \frac{5-3}{4} \qquad x_2 = \frac{5+3}{4}$

$x_1 = \frac{2}{4} \qquad x_2 = \frac{8}{4}$

$x_1 = \frac{1}{2} \qquad x_2 = 2$

(3)

$\Updownarrow$

$\frac{2(x-\frac{1}{2})(x-2)}{(x-1)(x+1)} > 0$

$\Updownarrow$

$(x - \frac{1}{2})(x-2)(x-1)(x+1) > 0$

Oznaczmy lewą stronę powyższej nierówności symbolem L(x). Znak L(x) zależy od znaku czterech nierówności liniowych x - $\frac{1}{2}$, x - 2, x - 1 oraz x + 1. Znak L(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku L(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: $\frac{1}{2}$, 2, 1, -1. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że L(x) jest tu nieokreślone:

x	$-\infty$	...	-1	...	$\frac{1}{2}$	...	1	...	2	...	∞
x -$\frac{1}{2}$	-	-	-	-	0	+	+	+	+	+	+
x - 2	-	-	-	-	-	-	-	-	0	+	+
x - 1	-	-	-	-	-	-	0	+	+	+	+
x + 1	-	-	0	+	+	+	+	+	+	+	+
L(x)	+	+	|	-	0	+	|	-	0	+	+

Z tabelki tej odczytujemy rozwiązanie nierówności (3):

x∈(-∞;-1) $\bigcup$ ($\frac{1}{2}$;1) $\bigcup$ (2;∞) (5)

Rozważmy teraz nierówność (4):

(4)

$\Updownarrow$

$\frac{x-\frac{4}{5}}{(x-1)(x+1)} > 0$

$\Updownarrow$

$(x - \frac{4}{5})(x - 1)(x + 1) > 0$

Oznaczmy lewą stronę powyższej nierówności symbolem M(x). Znak M(x) zależy od znaku trzech nierówności liniowych x - $\frac{4}{5}$, x - 1 oraz x + 1. Znak M(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku M(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: $\frac{4}{5}$, -1, 1. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że M(x) jest tu nieokreślone:

x	$-\infty$	...	-1	...	$\frac{4}{5}$	...	1	...	∞
x -$\frac{4}{5}$	-	-	-	-	0	+	+	+	+
x - 1	-	-	-	-	-	-	0	+	+
x + 1	-	-	0	+	+	+	+	+	+
M(x)	-	-	|	+	0	-	|	+	+

Z tabelki tej odczytujemy rozwiązanie nierówności (4):

x∈(-1;$\frac{4}{5}$) $\bigcup$ (1;∞)   (6)

Ostatecznie rozwiązaniem nierówności (1) jest część wspólna rozwiązań (5) i (6), czyli:

x∈($\frac{1}{2}$;$\frac{4}{5}$) $\bigcup$ (2;∞)   (6)

1.55

$\left|\frac{x^2+2x-36}{x^2-4}\right| > 1$ (1)

Nierówność ta jest określona dla:

$x^2 - 4 \neq 0$

$(x-2)(x+2) \neq 0$

x $\neq$ 2 $\wedge$ x $\neq$ -2   (2)

(1)

$\Updownarrow$

$\frac{x^2+2x-36}{x^2-4} > 1$ $\vee$ $\frac{x^2+2x-36}{x^2-4} <$ -1

$\frac{x^2+2x-36-(x^2-4)}{x^2-4} > 0$ $\vee$ $\frac{x^2+2x-36+(x^2-4)}{x^2-4} < 0$

$\frac{2x-32}{x^2-4} > 0$ / :2 $\vee$ $\frac{2x^2+2x-40}{x^2-4} < 0$ / :2

$\frac{x-16}{(x-2)(x+2)} > 0$ $\vee$ $\frac{x^2+x-20}{(x-2)(x+2)} < 0$

Rozważmy nierówność (3):

(3)

$\Updownarrow$

$(x-16)(x-2)(x+2) > 0$

Oznaczmy lewą stronę powyższej nierówności symbolem L(x). Znak L(x) zależy od znaku trzech nierówności liniowych x - 16, x - 2 oraz x + 2. Znak L(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku L(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: 16, 2, -2. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że L(x) jest tu nieokreślone:

x	$-\infty$	...	-2	...	2	...	16	...	∞
x - 16	-	-	-	-	-	-	0	+	+
x - 2	-	-	-	-	0	+	+	+	+
x + 2	-	-	0	+	+	+	+	+	+
L(x)	-	-	|	+	|	-	0	+	+

Z tabelki tej odczytujemy rozwiązanie nierówności (3):

x∈(-2;2) $\bigcup$ (16;∞) (5)

Rozważmy teraz nierówność (4). Znajdźmy miejsca zerowe trójmianu w liczniku ułamka po lewej stronie tej nierówności:

$x^2 + x - 20 = 0$

$\mathit{\Delta} = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81$

$x_1 = \frac{-1-\sqrt{81}}{2 \cdot 1}$ $x_2 = \frac{-1+\sqrt{81}}{2 \cdot 1}$

$x_1 = \frac{-1-9}{2}$ $x_2 = \frac{-1+9}{2}$

$x_1 = \frac{-10}{2}$ $x_2 = \frac{8}{2}$

$x_1 = -5$ $x_2 = 4$

Zatem mamy:

(4)

$\Updownarrow$

$\frac{(x+5)(x-4)}{(x-2)(x+2)} < 0$

$\Updownarrow$

$(x + 5)(x - 4)(x - 2)(x + 2) < 0$

Oznaczmy lewą stronę powyższej nierówności symbolem M(x). Znak M(x) zależy od znaku czterech nierówności liniowych x + 5, x - 4, x - 2 oraz x + 2. Znak M(x) może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się znak jednego z tych wyrażeń. W celu określenia znaku M(x) tworzymy tabelkę, w której umieszczamy wszystkie liczby, dla których chociażby jedno z tych wyrażeń jest równe 0. A więc mamy tutaj liczby: -5, 4, 2, -2. Znak | w ostatnim wierszu oznacza, że M(x) jest tu nieokreślone:

x	$-\infty$	...	-5	...	-2	...	2	...	4	...	∞
x + 5	-	-	0	+	+	+	+	+	+	+	+
x - 4	-	-	-	-	-	-	-	-	0	+	+
x - 2	-	-	-	-	-	-	0	+	+	+	+
x + 2	-	-	-	-	0	+	+	+	+	+	+
M(x)	+	+	0	-	|	+	|	-	0	+	+

Z tabelki tej odczytujemy rozwiązanie nierówności (4):

x∈(-5;-2) $\bigcup$ (2;4)   (6)

Ostatecznie rozwiązaniem nierówności (1) jest suma rozwiązań (5) i (6):

x∈(-5;-2) $\bigcup$ (-2;2) $\bigcup$ (2;4) $\bigcup$ (16,∞)