6.148.

$y = e^{sinx}$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.7, 6.1.11, 6.1.19

$y' = (e^{sinx})' = e^{sinx} \cdot (sinx)' = cosx \cdot e^{sinx}$

6.149.

$y = 5e^{cosx}$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.3, 6.1.7, 6.1.12, 6.1.19

$y' = (5e^{cosx})' = 5 \cdot (e^{cosx})' = 5e^{cosx} \cdot (cosx)' = 5e^{cosx} \cdot (-sinx) = -5sinx \cdot e^{cosx}$

6.150.

$y = e^{cos^2x}$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.7, 6.1.10, 6.1.12, 6.1.19 oraz $2sinxcosx = sin2x$

$y' = (e^{cos^2x})' = e^{cos^2x} \cdot [(cosx)^2]' = e^{cos^2x} \cdot 2(cosx)^{2-1} \cdot (cosx)' = e^{cos^2x} \cdot 2 \cdot cosx \cdot (-sinx) =$

$= -e^{cos^2x} \cdot 2sinxcosx = -sin2x \cdot e^{cos^2x}$

6.151.

$y = 3e^{2sin^3x}$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.3, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.11, 6.1.19

$y' = (3e^{2sin^3x})' = 3(e^{2sin^3x})' = 3e^{2sin^3x} \cdot (2sin^3x)' = 3e^{2sin^3x} \cdot 2 \cdot [(sinx)^3]' = 3e^{2sin^3x} \cdot 2 \cdot 3 \cdot sin^2x \cdot (sinx)' =$

$= 18e^{2sin^3x} \cdot sin^2x \cdot cosx$

6.152.

$z = (v^3 - 3v^2 + 6v - 6) \cdot e^v$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.5, 6.1.10, 6.1.19

$z' = (v^3 - 3v^2 + 6v - 6)' \cdot e^v + (v^3 - 3v^2 + 6v - 6) \cdot (e^v)' = (3v^2 - 3 \cdot 2v + 6 - 0) \cdot e^v +$

$+(v^3-3v^2+6v-6)\cdot e^v = e^v\cdot[(3v^2-6v+6)+(v^3-3v^2+6v-6)] = e^v\cdot(v^3) = v^3\cdot e^v$

6.153.

$z=(10x^2-1)\cdot e^{3x}$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.5, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.19

$z' = [(10x^2-1)\cdot e^{3x}]' = (10x^2-1)'\cdot e^{3x} + (10x^2-1)\cdot(e^{3x})' = (10\cdot 2x-0)\cdot e^{3x} + (10x^2-1)\cdot e^{3x}\cdot(3x)' =$

$20x\cdot e^{3x} + (10x^2-1)e^{3x}\cdot 3 = e^{3x}\cdot(30x^2+20x-3)$

6.154.

$z=\frac{(2x-1)\cdot e^x}{2\sqrt{x}}$, dla $x>0$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.5, 6.1.6, 6.1.10, 6.1.19

$z' = (\frac{(2x-1)\cdot e^x}{2\sqrt{x}})' = \frac{[(2x-1)\cdot e^x]'\cdot 2\sqrt{x}-(2x-1)\cdot e^x\cdot(2\sqrt{x})'}{(2\sqrt{x})^2} = \frac{[(2x-1)'\cdot e^x+(2x-1)\cdot(e^x)']\cdot 2\sqrt{x}-(2x-1)\cdot e^x\cdot(2x^{\frac{1}{2}})'}{4x} =$

$= \frac{[(2-0)\cdot e^x+(2x-1)\cdot e^x]\cdot 2\sqrt{x}-(2x-1)\cdot e^x\cdot 2\cdot\frac{1}{2}\cdot x^{\frac{1}{2}-1}}{4x} = \frac{[2+(2x-1)]\cdot e^x\cdot 2\sqrt{x}-(2x-1)\cdot e^x\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}}{4x} = \frac{(2x+1)\cdot e^x\cdot 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}-(2x-1)\cdot e^x\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}{4x\cdot\sqrt{x}} =$

$= \frac{(2x+1)\cdot e^x\cdot 2x-(2x-1)\cdot e^x}{4x\cdot\sqrt{x}} = \frac{e^x(4x^2+2x-2x+1)}{4x\cdot\sqrt{x}} = \frac{e^x(4x^2+1)}{4x\sqrt{x}}$

6.155.

$y=(x+k\sqrt{1-x^2})\cdot e^{k\cdot arcsinx}$, dla $x\in[-1;1]$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.5, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.15, 6.1.19

Mamy $y=g(x)\cdot h(x)$, gdzie

$g(x)=x+k\sqrt{1-x^2}$

$h(x)=e^{k\cdot arcsinx}$

Obliczmy najpierw następujące pochodne:

$g'(x) = (x+k\sqrt{1-x^2})' = 1+k\cdot[(1-x^2)^{\frac{1}{2}}]' = 1+k\cdot\frac{1}{2}\cdot(1-x^2)^{\frac{1}{2}-1}\cdot(1-x^2)' = 1+\frac{1}{2}k\cdot(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(-2x) =$

$= 1-\frac{kx}{\sqrt{1-x^2}}$

$h'(x) = (e^{k\cdot arcsinx})' = e^{k\cdot arcsinx}\cdot(k\cdot arcsinx)' = k\cdot e^{k\cdot arcsinx}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Zatem:

$y' = g'(x)\cdot h(x)+g(x)\cdot h'(x) = (1-\frac{kx}{\sqrt{1-x^2}})\cdot e^{k\cdot arcsinx} + (x+k\sqrt{1-x^2})\cdot k\cdot e^{k\cdot arcsinx}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} =$

$= \frac{\sqrt{1-x^2}-kx}{\sqrt{1-x^2}} \cdot e^{k \cdot arcsinx} + (x+k\sqrt{1-x^2}) \cdot k \cdot e^{k \cdot arcsinx} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{e^{k \cdot arcsinx}}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (\sqrt{1-x^2} - kx + kx + k^2 \cdot \sqrt{1-x^2}) =$
$= \frac{e^{k \cdot arcsinx}}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (\sqrt{1-x^2} + k^2 \cdot \sqrt{1-x^2}) = \frac{e^{k \cdot arcsinx}}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot (1+k^2) = e^{k \cdot arcsinx} \cdot (1+k^2)$

6.156.

$y = 5^x + 2^x$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.4, 6.1.20

$y' = (5^x + 2^x)' = (5^x)' + (2^x)' = 5^x \cdot ln5 + 2^x \cdot ln2$

6.157.

$y = 3^x \cdot x^3$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.5, 6.1.10, 6.1.20

$y' = (3^x)' \cdot x^3 + 3^x \cdot (x^3)' = 3^x \cdot ln3 \cdot x^3 + 3^x \cdot 3x^{3-1} = 3^x \cdot (x^3 ln3 + 3x^2) = 3^x \cdot x^2 \cdot (xln3 + 3)$

6.158.

$y = 2 \cdot 7^x - 1$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.20

$y' = (2 \cdot 7^x - 1)' = 2 \cdot (7^x)' - 0 = 2 \cdot 7^x \cdot ln7$

6.159.

$y = 5 \cdot 10^{3x}$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.3, 6.1.7, 6.1.20

$y' = (5 \cdot 10^{3x})' = 5 \cdot (10^{3x})' = 5 \cdot 10^{3x} \cdot ln10 \cdot (3x)' = 15 \cdot 10^{3x} \cdot ln10$

6.160.

$y = a^{2x} \cdot x^n, \qquad a > 0$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.3, 6.1.5, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.20

$y' = (a^{2x} \cdot x^n)' = (a^{2x})' \cdot x^n + a^{2x} \cdot (x^n)' = a^{2x} \cdot lna \cdot (2x)' \cdot x^n + a^{2x} \cdot n \cdot x^{n-1} = a^{2x} \cdot lna \cdot 2 \cdot x^n + a^{2x} \cdot n \cdot x^{n-1} =$

$= a^{2x} \cdot x^{n-1} \cdot (2x \cdot lna + n)$

6.161.

$y = ln3x,$ dla $3x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.3, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$y' = (ln3x)' = \frac{1}{3x} \cdot (3x)' = \frac{1}{3x} \cdot 3 = \frac{1}{x}$

6.162.

$y = 7 \cdot 5^{10x}$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.3, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.20

$y' = (7 \cdot 5^{10x})' = 7 \cdot (5^{10x})' = 7 \cdot 5^{10x} \cdot ln5 \cdot (10x)' = 7ln5 \cdot 5^{10x} \cdot 10 = 70ln5 \cdot 5^{10x}$

6.163.

$z = ln\frac{30}{x+3},$ dla $x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.4, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$z' = (ln\frac{30}{x+3})' = \frac{1}{\frac{30}{x+3}} \cdot (\frac{30}{x+3})' = \frac{x+3}{30} \cdot \frac{30' \cdot (x+3) - 30 \cdot (x+3)'}{(x+3)^2} = \frac{x+3}{30} \cdot \frac{0 \cdot (x+3) - 30 \cdot (1+0)}{(x+3)^2} = \frac{x+3}{30} \cdot \frac{-30}{(x+3)^2} = -\frac{1}{x+3}$

6.164.

$y = 5ln10x,$ dla $x > 0$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.3, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$y' = (5ln10x)' = 5 \cdot (ln10x)' = 5 \cdot \frac{1}{10x} \cdot (10x)' = \frac{1}{2x} \cdot 10 = \frac{5}{x}$

6.165.

$s = ln(t + \sqrt{t^2+1})$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.4, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$s' = [ln(t + \sqrt{t^2+1})]' = \frac{1}{t+\sqrt{t^2+1}} \cdot (t + \sqrt{t^2+1})' = \frac{1}{t+\sqrt{t^2+1}} \cdot (1 + ((t^2+1)^{\frac{1}{2}})') =$

$= \frac{1}{t+\sqrt{t^2+1}} \cdot [1 + \frac{1}{2}(t^2+1)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (t^2+1)'] = \frac{1}{t+\sqrt{t^2+1}} \cdot (1 + \frac{1}{2\sqrt{t^2+1}} \cdot 2t) = \frac{1}{t+\sqrt{t^2+1}} \cdot (1 + \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}) =$

$= \frac{1}{t+\sqrt{t^2+1}} \cdot \frac{\sqrt{t^2+1}+t}{\sqrt{t^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{t^2+1}}$

6.166.

$z = 3ln\frac{5}{x-2}$, dla $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$z' = (3ln\frac{5}{x-2})' = 3 \cdot (ln\frac{5}{x-2})' = 3 \cdot \frac{1}{\frac{5}{x-2}} \cdot (\frac{5}{x-2})' = 3 \cdot \frac{x-2}{5} \cdot \frac{5' \cdot (x-2) - 5 \cdot (x-2)'}{(x-2)^2} = \frac{3(x-2)}{5} \cdot \frac{0 \cdot (x-2) - 5 \cdot (1-0)}{(x-2)^2} =$

$= \frac{3}{5} \cdot \frac{-5}{x-2} = -\frac{3}{x-2}$

6.167.

$s = ln\sqrt{\frac{1+t}{1-t}}$, dla $\frac{1+t}{1-t} > 0 \ \wedge \ t \neq 1$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.4, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$s' = (ln\sqrt{\frac{1+t}{1-t}})' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1+t}{1-t}}} \cdot (\sqrt{\frac{1+t}{1-t}})' = \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \cdot [(\frac{1+t}{1-t})^{\frac{1}{2}}]' = \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\frac{1+t}{1-t})^{\frac{1}{2}-1} \cdot (\frac{1+t}{1-t})' =$

$= \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\frac{1+t}{1-t})^{-\frac{1}{2}} \cdot (\frac{1+t}{1-t})' = \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1+t}{1-t}}} \cdot \frac{(1+t)' \cdot (1-t) - (1+t) \cdot (1-t)'}{(1-t)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \cdot \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \cdot \frac{(0+1)(1-t) - (1+t)(0-1)}{(1-t)^2} =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1-t}{1+t} \cdot \frac{1-t-(-1-t)}{(1-t)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-t}{1+t} \cdot \frac{1-t+1+t}{(1-t)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-t}{1+t} \cdot \frac{2}{(1-t)^2} = \frac{1}{(1+t)(1-t)} = \frac{1}{1-t^2}$, dla $t \neq \pm 1$

6.168.

$y = 2ln\frac{3}{t+\sqrt{t^2-4}}$, dla $t + \sqrt{t^2-4} \neq 0 \quad \wedge \quad t^2 - 4 > 0$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$y' = (2ln\frac{3}{t+\sqrt{t^2-4}})' = 2 \cdot \frac{1}{\frac{3}{t+\sqrt{t^2-4}}} \cdot (\frac{3}{t+\sqrt{t^2-4}})' = \frac{2 \cdot (t+\sqrt{t^2-4})}{3} \cdot \frac{3' \cdot (t+\sqrt{t^2-4}) - 3 \cdot (t+\sqrt{t^2-4})'}{(t+\sqrt{t^2-4})^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{0 \cdot (t+\sqrt{t^2-4}) - 3 \cdot [t' + (\sqrt{t^2-4})']}{t+\sqrt{t^2-4}} =$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{-3 \cdot [1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{t^2-4}} \cdot (t^2-4)']}{t+\sqrt{t^2-4}} = -2 \cdot \frac{[1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{t^2-4}} \cdot (2t-0)]}{t+\sqrt{t^2-4}} = -2 \cdot \frac{1 + \frac{t}{\sqrt{t^2-4}}}{t+\sqrt{t^2-4}} = -2 \cdot \frac{\frac{\sqrt{t^2-4}+t}{\sqrt{t^2-4}}}{t+\sqrt{t^2-4}} = -2 \cdot \frac{t+\sqrt{t^2-4}}{\sqrt{t^2-4} \cdot (t+\sqrt{t^2-4})} = \frac{-2}{\sqrt{t^2-4}}$

6.169.

$y = ln|ln|x||$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$y' = (ln|ln|x||)' = \frac{1}{ln|x|} \cdot (ln|x|)' = \frac{1}{ln|x|} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{xln|x|},$ dla $x \neq 0 \quad \wedge \quad ln|x| \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

6.170.

$y = ln\frac{a+b\cdot tgx}{a-b\cdot tgx},$ dla $a - b \cdot tgx \neq 0 \quad \wedge \quad \frac{a+b\cdot tgx}{a-b\cdot tgx} \geqslant 0$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.13, 6.1.21 oraz

$\frac{1}{cos^2x} = 1 + tg^2x$

$y' = (ln\frac{a+b\cdot tgx}{a-b\cdot tgx})' = \frac{1}{\frac{a+b\cdot tgx}{a-b\cdot tgx}} \cdot (\frac{a+b\cdot tgx}{a-b\cdot tgx})' = \frac{a-b\cdot tgx}{a+b\cdot tgx} \cdot \frac{(a+b\cdot tgx)'\cdot(a-b\cdot tgx)-(a+b\cdot tgx)\cdot(a-b\cdot tgx)'}{(a-b\cdot tgx)^2} =$
$= \frac{(0+b\cdot(1+tg^2x))\cdot(a-b\cdot tgx)-(a+b\cdot tgx)\cdot(0-b\cdot(1+tg^2x))}{(a+b\cdot tgx)\cdot(a-b\cdot tgx)^2} = \frac{b\cdot(1+tg^2x)\cdot(a-b\cdot tgx)+b\cdot(1+tg^2x)\cdot(a+b\cdot tgx)}{(a+b\cdot tgx)\cdot(a-b\cdot tgx)^2} = \frac{b\cdot(1+tg^2x)\cdot(a-b\cdot tgx+a+b\cdot tgx)}{a^2-b^2\cdot tg^2x} =$
$= \frac{2ab\cdot(1+tg^2x)}{a^2-b^2\cdot tg^2x} = \frac{2ab\cdot\frac{1}{cos^2x}}{a^2-b^2\cdot\frac{sin^2x}{cos^2x}} = \frac{2ab}{a^2\cdot cos^2x-b^2\cdot sin^2x},$ dla $a^2cos^2x \neq b^2sin^2x$

6.171.

$y = lntg(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}x),$ dla $x \in (0; \frac{\pi}{2})$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.13, 6.1.21 oraz

$sin2x = 2sinxcosx$, $sin(\frac{\pi}{2} + x) = cosx$

$y' = (lntg(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}x))' = \frac{1}{tg(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)} \cdot (tg(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}x))' = \frac{1}{tg(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)} \cdot \frac{1}{cos^2(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)} \cdot (\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}x)' =$
$= \frac{1}{\frac{sin(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)}{cos(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)}} \cdot \frac{1}{cos^2(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)} \cdot (0 + \frac{1}{2}) = \frac{cos(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)}{sin(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)} \cdot \frac{1}{2cos^2(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)} = \frac{1}{2sin(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)\cdot cos(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)} = \frac{1}{sin(2\cdot\frac{1}{4}\pi+2\cdot\frac{1}{2}x)} =$

$= \frac{1}{sin(\frac{1}{2}\pi+x)} = \frac{1}{cosx},$ dla $cosx \neq 0$

6.172.

$y = ln(cos\frac{1}{2}x)^2,$ dla $cos\frac{1}{2}x \neq 0$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.3, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.12, 6.1.21

$y' = [ln(cos\frac{1}{2}x)^2]' = \frac{1}{(cos\frac{1}{2}x)^2} \cdot [(cos\frac{1}{2}x)^2]' = \frac{1}{cos^2\frac{1}{2}x} \cdot 2cos\frac{1}{2}x \cdot (cos\frac{1}{2}x)' = \frac{2}{cos\frac{1}{2}x} \cdot (-sin\frac{1}{2}x) \cdot (\frac{1}{2}x)' =$

$= -2 \cdot \frac{sin\frac{1}{2}x}{cos\frac{1}{2}x} \cdot \frac{1}{2} = -tg\frac{1}{2}x$

6.173.

$y = ln\sqrt{\frac{1+sinx}{1-sinx}},$ dla $sinx \neq \pm 1$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.4, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.11, 6.1.21 oraz

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ i $sin^2x + cos^2 = 1$

$y' = (ln\sqrt{\frac{1+sinx}{1-sinx}})' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1+sinx}{1-sinx}}} \cdot [(\frac{1+sinx}{1-sinx})^{\frac{1}{2}}]' = \frac{\sqrt{1-sinx}}{\sqrt{1+sinx}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\frac{1+sinx}{1-sinx})^{-\frac{1}{2}} \cdot (\frac{1+sinx}{1-sinx})' = \frac{\sqrt{1-sinx}}{\sqrt{1+sinx}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{1-sinx}}{\sqrt{1+sinx}} \cdot$

$\cdot \frac{(1+sinx)' \cdot (1-sinx) - (1+sinx) \cdot (1-sinx)'}{(1-sinx)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-sinx}{1+sinx} \cdot \frac{(0+cosx) \cdot (1-sinx) - (1+sinx) \cdot (0-cosx)}{(1-sinx)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{cosx - sinxcosx + cosx + sinxcosx}{(1+sinx) \cdot (1-sinx)} =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2cosx}{1^2 - sin^2x} = \frac{cosx}{cos^2x} = \frac{1}{cosx},$ dla $cosx \neq 0$

6.174.

$y = 15 \cdot ln(tg\frac{1}{2}x) + \frac{cosx}{sin^4x} \cdot (8cos^4x - 25cos^2x + 15),$ dla $tg\frac{1}{2}x > 0 \ \wedge \ sinx \neq 0$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.5, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.11,

6.1.12, 6.1.13, 6.1.21 oraz $2sinxcosx = sin2x$, $sin^2x + cos^2x = 1$

Obliczmy najpierw pochodne następujących podwyrażeń funkcji y:

$(15 \cdot ln(tg\frac{1}{2}x))' = 15 \cdot \frac{1}{tg\frac{1}{2}x} \cdot (tg\frac{1}{2}x)' = \frac{15}{tg\frac{1}{2}x} \cdot (1 + tg^2\frac{1}{2}x) \cdot (\frac{1}{2}x)' = \frac{15 \cdot (1+tg^2\frac{1}{2}x)}{2tg\frac{1}{2}x} = \frac{15 + 15 \cdot \frac{sin^2\frac{1}{2}x}{cos^2\frac{1}{2}x}}{2 \cdot \frac{sin\frac{1}{2}x}{cos\frac{1}{2}x}} =$

$= \frac{15cos^2\frac{1}{2}x + 15 \cdot sin^2\frac{1}{2}x}{2 \cdot sin\frac{1}{2}x \cdot cos\frac{1}{2}x} = \frac{15 \cdot (sin^2\frac{1}{2}x + cos^2\frac{1}{2}x)}{sinx} = \frac{15}{sinx}$ (1)

$\frac{cosx}{sin^4x} = \frac{(cosx)' \cdot sin^4x - cosx \cdot (sin^4x)'}{(sin^4x)^2} = \frac{-sinx \cdot sin^4x - (cosx \cdot 4 \cdot sin^3x \cdot (sinx)')}{sin^8x} = \frac{-sin^5x - 4 \cdot cosx \cdot sin^3x \cdot cosx}{sin^8x} = \frac{-sin^3x \cdot (sin^2x + 4cos^2x)}{sin^8x} =$

$= -\frac{4cos^2x + sin^2x}{sin^5x} = -\frac{3cos^2x + (cos^2x + sin^2x)}{sin^5x} = -\frac{3cos^2x + 1}{sin^5x} = \frac{-3cos^2x - 1}{sin^5x}$

$(8cos^4x - 25cos^2x + 15)' = 8 \cdot 4 \cdot cos^3x \cdot (cosx)' - 25 \cdot 2 \cdot cosx \cdot (cosx)' + 0 = 32 \cdot cos^3x \cdot (-sinx) -$

$-50cosx \cdot (-sinx) = 50 \cdot sinx \cdot cosx - 32 \cdot sinx \cdot cos^3x$

$[\frac{cosx}{sin^4x} \cdot (8cos^4x - 25cos^2x + 15)]' = (\frac{cosx}{sin^4x})' \cdot (8cos^4x - 25cos^2x + 15) + \frac{cosx}{sin^4x} \cdot (8cos^4x - 25cos^2x + 15)' =$

$= \frac{-3cos^2x - 1}{sin^5x} \cdot (8cos^4x - 25cos^2x + 15) + \frac{cosx}{sin^4x} \cdot (50 \cdot sinx \cdot cosx - 32 \cdot sinx \cdot cos^3x) =$

$= \frac{-24cos^6x+75cos^4x-45cos^2x-8cos^4x+25cos^2x-15}{sin^5x} + \frac{sinx \cdot cosx}{sin^5x} \cdot (50 \cdot sinx \cdot cosx - 32 \cdot sinx \cdot cos^3x) =$

$= \frac{-24cos^6x+67cos^4x-20cos^2x-15+50 \cdot sin^2x \cdot cos^2x-32 \cdot sin^2x \cdot cos^4x}{sin^5x} =$

$= \frac{-24cos^6x+67cos^4x-20cos^2x-15+50 \cdot (1-cos^2x) \cdot cos^2x-32 \cdot (1-cos^2x) \cdot cos^4x}{sin^5x} =$

$= \frac{-24cos^6x+67cos^4x-20cos^2x-15+50cos^2x-50cos^4x-32cos^4x+32cos^6x}{sin^5x} = \frac{8cos^6x-15cos^4x+30cos^2x-15}{sin^5x} = (2)$

Zatem:

$y' = (1) + (2) = \frac{15}{sinx} + \frac{8cos^6x-15cos^4x+30cos^2x-15}{sin^5x} = \frac{15sin^4x+8cos^6x-15cos^4x+30cos^2x-15}{sin^5x} =$

$= \frac{15 \cdot (1-cos^2x)^2+8cos^6x-15cos^4x+30cos^2x-15}{sin^5x} = \frac{15 \cdot (1-2cos^2x+cos^4x)+8cos^6x-15cos^4x+30cos^2x-15}{sin^5x} =$

$= \frac{15-30cos^2x+15cos^4x+8cos^6x-15cos^4x+30cos^2x-15}{sin^5x} = \frac{8cos^6x}{sin^5x} = 8 \cdot \frac{cos^5x}{sin^5x} \cdot cosx = 8ctg^5x \cdot cosx$

6.175.

$y = ln(ln(lnx)),$ dla $x > e$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.7, 6.1.21

$y' = [ln(ln(lnx))]' = \frac{1}{ln(lnx)} \cdot (ln(lnx))' = \frac{1}{ln(lnx)} \cdot \frac{1}{lnx} \cdot (lnx)' = \frac{1}{ln(lnx)} \cdot \frac{1}{lnx} \cdot \frac{1}{x}$

6.176.

$y = ln\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}+x}$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów: 6.1.2, 6.1.4, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.10, 6.1.21

$y' = (ln\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}+x})' = \frac{1}{\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}+x}} \cdot (\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}+x})' = \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}-x} \cdot \frac{(\sqrt{x^2+1}-x)' \cdot (\sqrt{x^2+1}+x)-(\sqrt{x^2+1}-x) \cdot (\sqrt{x^2+1}+x)'}{(\sqrt{x^2+1}+x)^2} = (1)$

Obliczmy teraz pochodną: $(\sqrt{x^2+1})' = [(x^2+1)^{\frac{1}{2}}]' = \frac{1}{2} \cdot (x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x^2+1)' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}} \cdot (2x+0) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Zatem

$(1) = \frac{(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1) \cdot (\sqrt{x^2+1}+x)-(\sqrt{x^2+1}-x) \cdot (\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+1)}{(\sqrt{x^2+1}-x) \cdot (\sqrt{x^2+1}+x)} = \frac{x+\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}-\sqrt{x^2+1}-x-(x+\sqrt{x^2+1}-\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}-x)}{(\sqrt{x^2+1}-x) \cdot (\sqrt{x^2+1}+x)} =$

$= \frac{\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}-\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1}-x) \cdot (\sqrt{x^2+1}+x)} = \frac{\frac{2x^2}{\sqrt{x^2+1}}-2 \cdot \sqrt{x^2+1}}{(\sqrt{x^2+1}-x) \cdot (\sqrt{x^2+1}+x)} = \frac{\frac{2x^2}{\sqrt{x^2+1}}-2 \cdot \frac{(\sqrt{x^2+1})^2}{\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2-x^2} = \frac{2x^2-2 \cdot (\sqrt{x^2+1})^2}{\sqrt{x^2+1} \cdot ((\sqrt{x^2+1})^2-x^2)} =$

$= \frac{2x^2-2 \cdot (x^2+1)}{\sqrt{x^2+1} \cdot (x^2+1-x^2)} = \frac{2x^2-2x^2-2}{\sqrt{x^2+1} \cdot 1} = -\frac{2}{\sqrt{x^2+1}}$