

6.45.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{13}{5}x^5 - 2x^6$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3, 6.1.4 oraz 6.1.10:

$$y' = \frac{1}{3} \cdot 3x^{3-1} - \frac{3}{2} \cdot 4x^{4-1} + \frac{13}{5} \cdot 5x^{5-1} - 2 \cdot 6x^{6-1} = x^2 - 6x^3 + 13x^4 - 12x^5$$

6.46.

$$y = 5x^{15} - x^2 + \frac{1}{3}x - 2$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4 oraz 6.1.10:

$$y' = 5 \cdot 15x^{15-1} - 2x^{2-1} + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot x^0 - 0 = 75x^{14} - 2x + \frac{1}{3}$$

6.47.

$$y = ax^3 + \frac{b}{x} + c \quad x \neq 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4 oraz 6.1.10:

$$y' = a \cdot 3x^{3-1} + (bx^{-1})' + 0 = 3ax^2 + b \cdot (-1) \cdot x^{-1-1} = 3ax^2 - bx^{-2} = 3ax^2 - \frac{b}{x^2}$$

6.48.

$$y = \frac{4}{x^3} \quad x \neq 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3 oraz 6.1.10:

$$y' = \left(\frac{4}{x^3}\right)' = 4 \cdot (x^{-3})' = 4 \cdot (-3) \cdot x^{-3-1} = -12 \cdot x^{-4} = -\frac{12}{x^4}$$

6.49.

$$y = 9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11} \quad x \neq 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3, 6.1.4 oraz 6.1.10:

$$y' = 9 \cdot 7 \cdot x^{7-1} + 3 \cdot (-5) \cdot x^{-5-1} - 3 \cdot (-11) \cdot x^{-11-1} = 63x^6 - 15x^{-6} + 33x^{-12}$$

6.50.

$$y = 3x^{\frac{7}{3}} - 4x^{\frac{13}{4}} + \frac{4}{7}x^{-\frac{1}{2}} + 7^{\frac{3}{2}} \quad x > 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4 oraz 6.1.10:

$$y' = 3 \cdot \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{7}{3}-1} - 4 \cdot \frac{13}{4} \cdot x^{\frac{13}{4}-1} + \frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x^{-\frac{1}{2}-1} + 0 = 7x^{\frac{4}{3}} - 13x^{\frac{9}{4}} - \frac{2}{7}x^{-\frac{3}{2}}$$

6.51.

$$y = \sqrt[5]{x^2}$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzoru 6.1.10:

$$y' = (\sqrt[5]{x^2})' = (x^{\frac{2}{5}})' = \frac{2}{5} \cdot x^{\frac{2}{5}-1} = \frac{2}{5}x^{-\frac{3}{5}} = \frac{2}{5 \cdot \sqrt[5]{x^3}}$$

6.52.

$$y = \sqrt[5 \cdot 3]{x^7}$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3 i 6.1.10:

$$y' = 5 \cdot (\sqrt[3]{x^7})' = 5 \cdot (x^{\frac{7}{3}})' = 5 \cdot \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-1} = \frac{35}{3}x^{\frac{4}{3}} = \frac{35}{3} \cdot \sqrt[3]{x^4}$$

6.53.

$$y = 3\sqrt[3]{x} - x^3 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt[4]{x^3}, \quad x > 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3, 6.1.4 i 6.1.10:

$$y' = 3 \cdot (x^{\frac{1}{3}})' - 3x^{3-1} + \frac{2}{3} \cdot (x^{\frac{3}{4}})' = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}-1} - 3x^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot x^{\frac{3}{4}-1} = x^{-\frac{2}{3}} - 3x^2 + \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}$$

6.54.

$$y = \sqrt{x} - \frac{5}{6}\sqrt[5]{x^3} - 2\sqrt{x^3} \quad x \geq 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3, 6.1.4 i 6.1.10:

$$y' = (x^{\frac{1}{2}})' - \frac{5}{6} \cdot (x^{\frac{3}{5}})' - 2 \cdot (x^{\frac{3}{2}})' = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} - \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot x^{\frac{3}{5}-1} - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{2}{5}} - 3x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt[5]{x^2}} - 3\sqrt{x}$$

dla $x > 0$

6.55.

$$y = \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \sqrt[3]{x} \quad x > 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3, 6.1.4 i 6.1.10:

$$y' = 2 \cdot (x^{-\frac{2}{3}})' - (x^{\frac{1}{3}})' = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot x^{-\frac{2}{3}-1} - \frac{1}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}-1} = -\frac{4}{3}x^{-\frac{5}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = -\frac{4}{3\sqrt[3]{x^5}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

6.56.

$$y = \frac{5}{\sqrt[7]{x}} - 2x^7 + \frac{3}{2\sqrt{x}} \quad x > 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3, 6.1.4 i 6.1.10:

$$\begin{aligned} y' &= 5 \cdot (x^{-\frac{1}{7}})' - 2 \cdot 7 \cdot x^{7-1} + \frac{3}{2} \cdot (x^{-\frac{1}{2}})' = 5 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot x^{-\frac{1}{7}-1} - 14x^6 + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{5}{7} \cdot x^{-\frac{8}{7}} - 14x^6 - \frac{3}{4} \cdot x^{-\frac{3}{2}} = \\ &= -\frac{5}{7\sqrt[7]{x^8}} - 14x^6 - \frac{3}{4\sqrt{x^3}} \end{aligned}$$

6.57.

$$x = t^3 \sqrt{t}, \quad t \geq 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzoru 6.1.10:

$$x' = (t^3 \cdot t^{\frac{1}{2}})' = (t^{3+\frac{1}{2}})' = (t^{\frac{7}{2}})' = \frac{7}{2} \cdot t^{\frac{7}{2}-1} = \frac{7}{2} \cdot t^{\frac{5}{2}} = \frac{7}{2} \cdot \sqrt{t^5}$$

6.58.

$$y = \frac{2}{x^3 \cdot \sqrt{x}}, \quad x > 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.6 oraz z zadania poprzedniego (6.57):

$$y = \frac{u}{v}, \text{ gdzie } u = 2, v = x^3 \cdot \sqrt{x}$$

Mamy:

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{2' \cdot x^3 \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot (x^3 \cdot \sqrt{x})'}{(x^3 \cdot \sqrt{x})^2} = \frac{0 - 2 \cdot \frac{7}{2} \cdot \sqrt{x^5}}{x^6 \cdot x} = \frac{-7x^{\frac{5}{2}}}{x^7} = -7x^{\frac{5}{2}-7} = -7x^{-\frac{9}{2}} = -\frac{7}{\sqrt{x^9}}$$

6.59.

$$y = (2\sqrt[3]{x^2} - x)(4\sqrt[3]{x^4} + 2\sqrt[3]{x^5} + x^2), \quad x \geq 0$$

Przekształćmy powyższą funkcję wykonując mnożenie:

$$\begin{aligned} y &= (2x^{\frac{2}{3}} - x)(4x^{\frac{4}{3}} + 2x^{\frac{5}{3}} + x^2) = 8x^{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}} + 4x^{\frac{2}{3}+\frac{5}{3}} + 2x^{\frac{2}{3}+2} - 4x^{\frac{4}{3}+1} - 2x^{\frac{5}{3}+1} - x^3 = 8x^2 + 4x^{\frac{7}{3}} + 2x^{\frac{8}{3}} - \\ &- 4x^{\frac{7}{3}} - 2x^{\frac{8}{3}} - x^3 = 8x^2 - x^3 \end{aligned}$$

Zatem szukana pochodna wynosi:

$$y' = 8 \cdot 2x^{2-1} - 3x^{3-1} = 16x - 3x^2$$

6.60.

$$y = (4x^2 - 2x\sqrt{x} + x)(2x + \sqrt{x})$$

Przekształćmy powyższą funkcję korzystając z wzoru:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$y = (2x)^3 + \sqrt{x^3} = 8x^3 + \sqrt{x^3}$$

Teraz pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3, 6.1.4, 6.1.10:

$$y' = 8 \cdot 3x^{3-1} + (x^{\frac{3}{2}})' = 24x^2 + \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{3}{2}-1} = 24x^2 + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = 24x^2 + \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

6.61.

$$y = \frac{3}{3x-2}, \quad x \neq \frac{2}{3}$$

Mamy $y = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$u = 3 \quad u' = 0$$

$$v = 3x - 2 \quad v' = 3x^{1-1} - 0 = 3$$

Zatem korzystając z wzoru 6.1.6 obliczamy pochodną:

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{0 - 3 \cdot 3}{(3x-2)^2} = \frac{-9}{(3x-2)^2}$$

6.62.

$$y = \frac{5}{2x^2 - 5x + 1}$$

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 1, \quad \Delta = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 25 - 8 = 17$$

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}, \quad x_2 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}$$

$$\text{Zatem } D = R \setminus \left\{ \frac{5 - \sqrt{17}}{4}, \frac{5 + \sqrt{17}}{4} \right\}$$

$y = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$u = 5 \quad u' = 0$$

$$v = 2x^2 - 5x + 1 \quad v' = 2 \cdot 2x^{2-1} - 5 + 0 = 4x - 5$$

Szukaną pochodną obliczamy korzystając z wzoru 6.1.6:

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{0 - 5 \cdot (4x - 5)}{(2x^2 - 5x + 1)^2} = \frac{-20x + 25}{(2x^2 - 5x + 1)^2}$$

6.63.

$$y = \frac{3x^2}{7x^5 - x + 2}$$

$$f(x) = 7x^5 - x + 2, \quad \Delta = 1 - 4 \cdot 7 \cdot 2 = 1 - 56 = -55 \quad \Rightarrow \quad D = R$$

Mamy: $y = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$u = 3x^2 \quad u' = 3 \cdot 2x^{2-1} = 6x$$

$$v = 7x^5 - x + 2 \quad v' = 7 \cdot 5 \cdot x^{5-1} - 1 + 0 = 35x^4 - 1$$

Szukaną pochodną obliczamy korzystając z wzoru 6.1.6:

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{6x(7x^5 - x + 2) - 3x^2(35x^4 - 1)}{(7x^5 - x + 2)^2} = \frac{42x^6 - 6x^2 + 12x - 105x^6 + 3x^2}{(7x^5 - x + 2)^2} = \frac{-63x^6 - 3x^2 + 12x}{(7x^5 - x + 2)^2} = \frac{-3x(21x^5 + x - 4)}{(7x^5 - x + 2)^2}$$

6.64.

$$y = \frac{8x^3}{x^3 + x - 1}, \quad x^3 + x - 1 \neq 0$$

Mamy $y = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$u = 8x^3 \quad u' = 8 \cdot 3x^{3-1} = 24x^2$$

$$v = x^3 + x - 1 \quad v' = 3x^{3-1} + 1 \cdot x^{1-1} - 0 = 3x^2 + 1$$

Szukaną pochodną obliczamy korzystając z wzoru 6.1.6:

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{24x^2 \cdot (x^3 + x - 1) - 8x^3 \cdot (3x^2 + 1)}{(x^3 + x - 1)^2} = \frac{8x^2[3 \cdot (x^3 + x - 1) - x \cdot (3x^2 + 1)]}{(x^3 + x - 1)^2} = \frac{8x^2(3x^3 + 3x - 3 - 3x^3 - x)}{(x^3 + x - 1)^2} = \frac{8x^2(2x - 3)}{(x^3 + x - 1)^2}$$

6.65.

$$y = 2 \frac{x+1}{x-1}, \quad x \neq 1$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.3, 6.1.6 i 6.1.10:

Mamy $y = 2 \cdot \frac{u}{v}$, gdzie:

$$u = x + 1 \quad u' = 1 + 0 = 1$$

$$v = x - 1 \quad v' = 1 - 0 = 1$$

$$y' = 2 \cdot \frac{u'v - uv'}{v^2} = 2 \cdot \frac{1 \cdot (x-1) - (x+1) \cdot 1}{(x-1)^2} = 2 \cdot \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = 2 \cdot \frac{-2}{(x-1)^2} = \frac{-4}{(x-1)^2}$$

6.66.

$$y = \frac{5x^2 + x - 2}{x^2 + 7}$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.6 i 6.1.10:

Mamy $y = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$u = 5x^2 + x - 2 \quad u' = 5 \cdot 2x^{2-1} + 1 \cdot x^{1-1} - 0 = 10x + 1$$

$$v = x^2 + 7 \quad v' = 2 \cdot x^{2-1} + 0 = 2x$$

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{(10x+1)(x^2+7) - (5x^2+x-2) \cdot 2x}{(x^2+7)^2} = \frac{10x^3+70x+x^2+7-10x^3-2x^2+4x}{(x^2+7)^2} = \frac{-x^2+74x+7}{(x^2+7)^2}$$

6.67.

$$y = \frac{x^2-2x+3}{x^2+2x-3}, \quad x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.6 i 6.1.10:

Mamy $y = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$u = x^2 - 2x + 3 \quad u' = 2x^{2-1} - 2x^{1-1} + 0 = 2x - 2$$

$$v = x^2 + 2x - 3 \quad v' = 2x^{2-1} + 2x^{1-1} - 0 = 2x + 2$$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{(2x-2)(x^2+2x-3) - (x^2-2x+3)(2x+2)}{(x^2+2x-3)^2} = \frac{2x^3+4x^2-6x-2x^2-4x+6 - (2x^3-4x^2+6x+2x^2-4x+6)}{(x^2+2x-3)^2} = \\ &= \frac{2x^3+2x^2-10x+6 - (2x^3-2x^2+2x+6)}{(x^2+2x-3)^2} = \frac{4x^2-12x}{(x^2+2x-3)^2} = \frac{4x(x-3)}{(x^2+2x-3)^2} \end{aligned}$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$$

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{-2-4}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$$

Zatem:

$$y' = \frac{4x(x-3)}{[(x+3)(x-1)]^2} = \frac{4x(x-3)}{(x+3)^2(x-1)^2}$$

6.68.

$$y = \frac{3}{(1-x^2)(1-2x^3)}, \quad 1 - x^2 \neq 0 \wedge 1 - 2x^3 \neq 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.5, 6.1.6 i 6.1.10:

Mamy $y = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$u = 3$$

$$v = (1 - x^2)(1 - 2x^3) = 1 - 2x^3 - x^2 + 2x^5 = 2x^5 - 2x^3 - x^2 + 1$$

$$u' = 0$$

$$v' = 2 \cdot 5 \cdot x^{5-1} - 2 \cdot 3 \cdot x^{3-1} - 2 \cdot x^{2-1} + 0 = 10x^4 - 6x^2 - 2x = 2x(5x^3 - 3x - 1)$$

Zatem:

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{0 - 3 \cdot 2x(5x^3 - 3x - 1)}{[(1-x^2)(1-2x^3)]^2} = \frac{-6x(5x^3 - 3x - 1)}{(1-x^2)^2(1-2x^3)^2}$$

6.69.

$$y = \frac{\sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[3]{x}}, \quad x \neq 1$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.4, 6.1.6 i 6.1.10:

Mamy $y = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$\begin{aligned} u &= \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} & u' &= \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \\ v &= 1 - \sqrt[3]{x} = 1 - x^{\frac{1}{3}} & v' &= 0 - \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1} = -\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

Zatem:

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \cdot (1 - x^{\frac{1}{3}}) - x^{\frac{1}{3}} \cdot (-\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}})}{(1 - x^{\frac{1}{3}})^2} = \frac{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}x^{(-\frac{2}{3} + \frac{1}{3})} + \frac{1}{3}x^{(\frac{1}{3} - \frac{2}{3})}}{(1 - \sqrt[3]{x})^2} = \frac{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}}{(1 - \sqrt[3]{x})^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2} \cdot (1 - \sqrt[3]{x})^2}$$

6.70.

$$z = \frac{1 + \sqrt{t}}{1 + \sqrt{2t}}, \quad t \geq 0$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.6 i 6.1.10:

Mamy $z = \frac{u}{v}$, gdzie:

$$\begin{aligned} u &= 1 + \sqrt{t} = 1 + t^{\frac{1}{2}} \\ v &= 1 + \sqrt{2t} = 1 + \sqrt{2} \cdot t^{\frac{1}{2}} \\ u' &= 0 + \frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}} \\ v' &= 0 + \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot t^{\frac{1}{2}-1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Zatem:

$$\begin{aligned} z' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{\frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}(1 + \sqrt{2}t^{\frac{1}{2}}) - (1 + t^{\frac{1}{2}}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t^{-\frac{1}{2}}}{(1 + \sqrt{2}t)^2} = \frac{\frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}t^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t^{-\frac{1}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}}{(1 + \sqrt{2}t)^2} = \frac{\frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t^{-\frac{1}{2}}}{(1 + \sqrt{2}t)^2} = \frac{\frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2}t)^2} = \\ &= \frac{1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{t} \cdot (1 + \sqrt{2}t)^2} \end{aligned}$$

6.71.

$$s = (3t + 1)^7$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.7 i 6.1.10:

Mamy $s = u^7$, gdzie:

$$u = 3t + 1$$

Zatem:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{du} \cdot \frac{du}{dt} = (7u^{7-1}) \cdot (3 \cdot 1 \cdot t^{1-1} + 0) = 7u^6 \cdot 3 = 21 \cdot (3t + 1)^6$$

6.72.

$$v = (4z^2 - 5z + 13)^5$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.7 i 6.1.10:

Mamy $v = g(f(z))$, gdzie:

$$f(z) = 4z^2 - 5z + 13$$

$$g(u) = u^5$$

Zatem:

$$\frac{dv}{dz} = \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dz} = (5 \cdot u^{5-1}) \cdot (4 \cdot 2 \cdot z^{2-1} - 5 \cdot 1 \cdot z^{1-1} + 0) = 5u^4 \cdot (8z - 5) = 5 \cdot (4z^2 - 5z + 13)^4 \cdot (8z - 5)$$

6.73.

$$x = \left(\frac{1}{t} + 4\right)^4$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.4, 6.1.7 i 6.1.10:

Mamy $x = u^4$, gdzie:

$$u = \frac{1}{t} + 4$$

Zatem:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{du} \cdot \frac{du}{dt} = 4 \cdot u^{4-1} \cdot (t^{-1} + 4)' = 4u^3 \cdot (-1 \cdot t^{-1-1} + 0) = 4u^3 \cdot \left(-\frac{1}{t^2}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{t} + 4\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{t^2}\right) = -\frac{4}{t^2} \cdot \left(\frac{1}{t} + 4\right)^3$$

6.74.

$$s = \left(7t^2 - \frac{4}{t} + 6\right)^6$$

Pochodną obliczamy korzystając z wzorów 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4, 6.1.7 i 6.1.10:

Mamy $s = u^6$, gdzie:

$$u = 7t^2 - \frac{4}{t} + 6$$

Zatem:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= \frac{ds}{du} \cdot \frac{du}{dt} = 6u^{6-1} \cdot (7t^2 - 4t^{-1} + 6)' = 6u^5 \cdot (7 \cdot 2t^{2-1} - 4 \cdot (-1) \cdot t^{-1-1} + 0) = 6u^5 \cdot \left(14t + \frac{4}{t^2}\right) = \\ &= 6 \cdot \left(7t^2 - \frac{4}{t} + 6\right)^5 \cdot \left(14t + \frac{4}{t^2}\right) \end{aligned}$$